

Αλγεβρικές Παραστάσεις -Εξισώσεις – Ανισώσεις

1) Να εκφράσετε συμβολικά:

α. Το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 9.

β. Το πενταπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 13.

γ. Το ένα τρίτο ενός αριθμού αυξημένο κατά το τριπλάσιο του ίδιου αριθμού.

2) Να εκφράσετε συμβολικά την πρόταση:

“Ο μισθός του Βαγγέλη είναι κατά 137 € λιγότερος από το μισθό του πέτρου και ο μισθός του Αντώνη είναι κατά 81€ περισσότερος από το μισθό του Πέτρου”.

3) Να εκφράσετε με εξίσωση την πρόταση:

“Το διπλάσιο ενός αριθμού και το $\frac{1}{7}$ του ίδιου αριθμού έχουν άθροισμα ίσο με το τριπλάσιο του αριθμού αυτού ελαττωμένο κατά 11”.

4) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $2x - 3y + 7x - y$

β) $5\alpha - 22\beta + 16\alpha - 5\beta + \alpha$

γ) $-\omega + 3 + 4\omega - 5\omega$

ε) $13x - 7 + 3y - x - 2y + 7 - (11x + y)$

5) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $5x - 7 = 8 + 2x - 3$

β) $2(x - 3) + 9 = 5x - 6$

γ) $9x - 3(2x - 5) = 21$

δ) $8(x - 4) - 6(2 - x) = 2(6x - 1)$

6) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x - \{3 + [x - (x + 3)]\} = 5$

β) $x - [- (3x + 1) - 5] = -2(x + 1)$

γ) $-\{2(x - 4) - 3(x + 1) + [10 - 2(x + 1) - 60]\} = 15(x + 1)$

7) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{3x+2}{3} = \frac{4x-5}{2}$

β) $\frac{-5(x-1)}{4} = \frac{3x-2}{3}$

γ) $\frac{7(x+3)-5}{5} = \frac{2-8x}{3}$

8) Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $x + \frac{5x-11}{4} = 6 - \frac{2x}{3}$

β. $\frac{3x+1}{2} - \frac{3-2x}{6} = \frac{x}{3} - \frac{x}{4}$

9) Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha. \frac{8x+5}{4} - \frac{6x+7}{8} = \frac{3x-2}{2} + 1$$

$$\beta. \frac{8x}{7} - \frac{3x-5}{14} = \frac{3x+7}{2} - \frac{2}{7}$$

10) Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha. \frac{2x-1}{3} + \frac{5-3x}{9} = \frac{9x+1}{6} - \frac{8x+1}{9}$$

$$\beta. \frac{13x+1}{3} - \frac{14x-2}{4} = \frac{6x+7}{6}$$

11) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{2(3x-2)}{7} = \frac{1+3x}{2} - x$$

$$\beta) \frac{x+3}{2} - (x-5) = \frac{2(x+1)}{3}$$

$$\gamma) \frac{3(x+1)}{4} - \frac{x+15}{2} = \frac{3x-1}{2}$$

$$\delta) \frac{5 \cdot (4x-3)}{7} - (3x+2) = \frac{2-x}{7} - 20$$

$$\epsilon) \frac{2x-1}{5} - \frac{1}{2} = \frac{2(x+1)}{5} - \frac{11}{10}$$

12) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{-3(x-1)}{2} + \frac{2(1-x)}{3} = \frac{5(x-1)}{6}$$

$$\beta) \frac{3y-1}{2} + \frac{5}{10} = \frac{y-2}{5} + \frac{2y+5}{2}$$

$$\gamma) \frac{(1-\omega)}{4} + \frac{2(\omega-2)}{3} = \frac{\omega+11}{6}$$

$$\delta) \frac{\omega}{4} + \frac{\omega+3}{6} = \frac{5\omega}{12} + \frac{1}{2}$$

13) Δίνεται η εξίσωση

$$\lambda \cdot (1-x) + 3 = 2x + 5 + \lambda$$

α) Αν $\lambda = 5$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει λύση $x = -\frac{2}{7}$

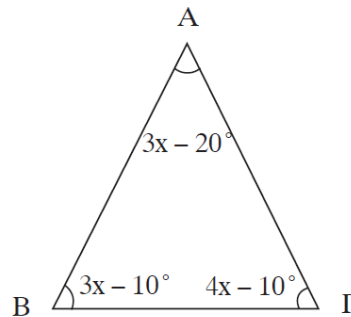
β) Αν η εξίσωση έχει λύση $x = -3$, να αποδείξετε ότι $\lambda = -\frac{4}{3}$

γ) Αν $\lambda = -2$, να λύσετε την εξίσωση

- 14) Να βρείτε την τιμή του αριθμού λ ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να είναι αδύνατες.
- α) $(\lambda - 2)x = 9$
 β) $5x = 3 - \lambda x$
 γ) $2\lambda x + 7 = 2x + 6$

- 15) Να εξετάσετε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) ή λάθος (Λ).
- α) Η εξίσωση $5x + 15 = 0$ έχει λύση τον αριθμό 3 Σ Λ
 β) Η εξίσωση $2(x + 1) = 2x + 2$ είναι ταυτότητα Σ Λ
 γ) Η εξίσωση $3 \cdot (2 - x) = 5 - 3x$ είναι ταυτότητα Σ Λ
 δ) Η εξίσωση $5x - 7 = 2(2x + 3) + x$ είναι αδύνατη Σ Λ
 ε) Οι εξισώσεις $7 + x = 2$ και $2 - x = 7$ είναι ισοδύναμες Σ Λ
 (ισοδύναμες σημαίνει ότι έχουν τις ίδιες λύσεις)
 στ) Η εξίσωση $\lambda x = 6 + 4x$ είναι αδύνατη για $\lambda = 4$ Σ Λ

- 16) Στο διπλανό τρίγωνο να βρείτε την τιμή του x , ώστε να είναι ισοσκελές με βάση τη ΒΓ. Πόσες μοίρες είναι σε αυτή την περίπτωση το μέτρο κάθε γωνίας;



- 17) Να λύσετε τον τύπο $E = \frac{\beta \cdot v}{2}$, ως προς v .

Να λύσετε τον τύπο $P = \varepsilon \cdot h + \varrho$:

- i) ως προς h
 ii) ως προς ε

Να λύσετε τον τύπο $v = v_0 + \gamma \cdot t$

- i) ως προς t
 ii) ως προς γ

- 18) Να βρεθεί ένας αριθμός, του οποίου το πενταπλάσιο, όταν ελαττωθεί κατά 5, γίνεται ίσο με το τετραπλάσιό του αυξημένο κατά 9.

- 19) Το άθροισμα τριών διαδοχικών περιττών αριθμών είναι 69.
 Να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.

- 20) Σε ένα τεστ με 20 ερωτήσεις κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 6 μονάδες, ενώ για κάθε ερώτηση που δεν απαντιέται ή δίνεται σ' αυτή λάθος απάντηση, αφαιρούνται 3 μονάδες. Ο Κώστας πήρε στο τεστ 75 μονάδες. Σε πόσες ερωτήσεις απάντησε λάθος;

- 21) Σε μια οικογένεια, ο μπαμπάς έχει τριπλάσια ηλικία από την κόρη του, και η μαμά είναι κατά 5 χρόνια μικρότερη από τον μπαμπά. Η κόρη είναι σε ηλικία το διπλάσιο του γιου αυξημένο κατά 1. Το άθροισμα όλων των ηλικιών είναι 107 χρόνια. Βρείτε την ηλικία του καθενός.
- 22) Τρεις φίλες έχουν συνολικά 400 €. Η Άννα έχει διπλάσια χρήματα από την Ελίνα και η Ελίνα έχει τριπλάσια χρήματα από την Μαρία. Πόσα χρήματα έχει η καθεμία;
- 23) Να βρεθούν οι ηλικίες του Πέτρου και του Γιάννη, αν γνωρίζουμε ότι πριν από 5 χρόνια η ηλικία του Πέτρου ήταν διπλάσια της ηλικίας του Γιάννη, και ότι μετά από 10 χρόνια η ηλικία του Γιάννη θα είναι τα $\frac{5}{7}$ της ηλικίας του Πέτρου.
- 24) Τρία αδέρφια μοιράστηκαν ένα χρηματικό ποσό. Ο πρώτος πήρε τα $\frac{2}{5}$ του ποσού, ο δεύτερος πήρε το $\frac{1}{3}$ του ποσού και 30 € και ο τρίτος πήρε το $\frac{1}{4}$ του ποσού. Να βρείτε το ποσό που μοιράστηκαν και πόσα πήρε ο καθένας.
- 25) Μια βρύση αδειάζει μια γεμάτη δεξαμενή σε 8 ώρες, ενώ μια άλλη γεμίζει την ίδια δεξαμενή σε 6 ώρες. Σε πόσες ώρες θα γεμίσει η δεξαμενή, αν είναι άδεια και ανοίξουμε συγχρόνως τις δύο βρύσες;
- 26) Μια βρύση γεμίζει μια δεξαμενή σε 6 ώρες, μια δεύτερη σε 3 ώρες και μια τρίτη σε 2 ώρες. Να βρείτε σε πόσες ώρες θα γεμίσουν την δεξαμενή αν ανοίξουμε και τις τρεις ταυτόχρονα.
- 27) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σ (σωστή) ή Λ (λανθασμένη):
- α) Αν $a < \beta$ τότε $a - 7 > \beta - 7$
- β) Αν $a < \beta$ τότε $3a - 2 < 3\beta - 2$
- γ) Αν $a < \beta$ τότε $-5a < -5\beta$
- δ) Αν $2a < 0$ τότε $3a < a$
- στ) Η ανίσωση $5x - 7 > 8$ έχει λύση τον αριθμό 3
- ζ) Η ανίσωση $x - 30 < x - 29$ είναι αδύνατη
- η) Η ανίσωση $x + 99 > x + 100$ είναι αδύνατη
- θ) Η ανίσωση $7x - 4 > 8x - 3$ έχει λύσεις τους αριθμούς $x > 1$
- 28) Να αντιστοιχίσετε τις ανισώσεις της Στήλης Α με τη σωστή απάντηση που βρίσκεται στη Στήλη Β.

	Στήλη Α
α.	$0 \cdot x > 3$
β.	$0 \cdot x > -5$
γ.	$0 \cdot x < 7$
δ.	$0 \cdot x < -2$

	Στήλη Β
i.	αδύνατη
ii.	αληθεύει για κάθε x

- 29) Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις τους:
- α) $12x + 7 \geq 15 + 10x$
 - β) $x + 11 < -7$
 - γ) $7 - (x - 2) < 2x$
 - δ) $5(x - 3) - 3(x - 1) \leq 0$
 - ε) $-5x + 2 \leq 3 - x$

- 30) Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις τους:

α) $-3\{x - 5[-x - (x + 2)]\} < 15(-x - 3)$

β) $11x - \{(8x + 23) - 2(x - 8)\} \geq 5(3x - 7)$

γ) $\frac{x-1}{6} - \frac{x-1}{2} < \frac{3-2x}{3}$

δ) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{2} \geq 3$

ε) $x + \frac{2x-5}{3} > \frac{x}{6} + \frac{3}{2}$

- 31) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α) $x - 7 < 2$ και $5 - x < 2$

β) $2(x + 3) - 3(x + 1) \geq -2(x - 1)$ και $3(x - 3) + 7 < 2(x + 3)$

γ) $2x + 3(x - 7) < 2(4 - x) - 1$ και $2(3x - 1) + 5(3x - 8) > 3x - 24$

δ) $\frac{x-2}{3} + \frac{7}{6} < \frac{x-5}{4}$ και $\frac{3x}{4} - \frac{5}{6} > \frac{2x}{3} + \frac{1}{2}$

ε) $3x - 2 < 13$ και $2(x - 3) > -2$ και $3x \geq 5(x - 1) - 1$

- 32) Να λυθούν τα παρακάτω προβλήματα με ανισώσεις.

1. Η μηνιαία κάρτα διαδρομών στις αστικές συγκοινωνίες μιας πόλης κοστίζει 10 ευρώ. Μια απλή διαδρομή κοστίζει 40 λεπτά. Πόσες διαδρομές το μήνα πρέπει να κάνει κάποιος για να τον συμφέρει οικονομικά η αγορά της κάρτας;
2. Ένας φυσικός αριθμός είναι μεταξύ 55 και 65 και όταν διαιρεθεί με 13 αφήνει υπόλοιπο 7. Να βρείτε τον αριθμό αυτό.
3. Η Ελένη όταν ρωτήθηκε πόσα γραμματόσημα έχει απάντησε: αν είχα τα τριπλάσια γραμματόσημα θα είχα πιο πολλά από 750, αν όμως είχα τα μισά θα είχα λιγότερα από 126. Πόσα γραμματόσημα έχει η Ελένη;
4. Μια τάξη ετοιμάζει μια εκδρομή. Δύο γραφεία ταξιδιών κάνουν τις εξής προσφορές:
1ο γραφείο: 100 ευρώ και 0,5 € για κάθε χιλιόμετρο.
2ο γραφείο: 150 ευρώ και 0,3 € για κάθε χιλιόμετρο.
Από πόσα χιλιόμετρα και πάνω συμφέρει το 2ο γραφείο ταξιδιών.