ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

Να εκφράσετε συμβολικά:

α. Το μισό ενός αριθμού. **β. Το εξαπλάσιο ενός αριθμού.**

γ. Το οκταπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 7.

δ. Το ένα πέμπτο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2.

Λύση

Ας υποθέσουμε ότι ο αριθμός είναι x.

α. Το μισό του αριθμού είναι: $\frac{1}{2}x = \frac{x}{2}$

β. Το εξαπλάσιο του αριθμού είναι: $6x$

γ. Το οκταπλάσιο του είναι: $8x$

Αφού είναι και “ελαττωμένο κατα 7” θα είναι τελικά: $8x - 7$.

δ. Με παρόμοια σκέψη έχουμε: $\frac{1}{5}x + 2$

Να εκφράσετε συμβολικά: **α. Τρεις διαδοχικούς άρτιους αριθμούς.**
β. Τρεις διαδοχικούς περιττούς αριθμούς.

Λύση

α. Οι άρτιοι αριθμοί είναι τα πολλαπλάσια του 2. Άρα είναι οι αριθμοί της μορφής $2 \cdot k$.

Αν ο πρώτος από αυτούς λοιπόν είναι ο αριθμός 2κ τότε οι άλλοι δύο θα είναι:

$$2k + 2, \ (2k + 2) + 2$$

Οι αριθμοί είναι: $2k, \ 2k + 2, \ 2k + 4$

β. Περιττοί είναι οι αριθμοί της μορφής “άρτιος + 1”.

Δηλαδή $2k + 1$. Άρα αν ο πρώτος είναι $2k + 1$, τότε οι άλλοι δύο θα είναι:

$$(2k + 1) + 2, \ (2k + 1 + 2) + 2$$

Δηλαδή τελικά οι αριθμοί είναι: $2κ + 1, \ 2κ + 3, \ 2κ + 5$

Να εκφράσετε συμβολικά την πρόταση: "Ο Γιώργος έχει 5 βώλους λιγότερους από τους μισούς βώλους του Πέτρου και ο Γιάννης έχει τριπλάσιους βώλους από τον Γιώργο".

Λύση

Αν υποθέσουμε ότι οι βώλοι του Πέτρου είναι x, τότε οι βώλοι του Γιώργου είναι: $\frac{1}{2}x-5$

Άρα οι βώλοι του Γιάννη είναι $3\left(\frac{1}{2}x-5\right)$.

Να εκφράσετε συμβολικά, με μια μεταβλητή, δύο αριθμούς:

α. Που έχουν άθροισμα 41.

β. Που το διπλάσιο του πρώτου αυξημένο κατά 6 είναι ίσο με τον δεύτερο.

Λύση

α. Αν ο πρώτος είναι x, τότε ο δεύτερος είναι: $41-x$.

β. Αν ο πρώτος είναι x, τότε ο δεύτερος είναι: $2x+6$

Να εκφράσετε με εξίσωση την πρόταση:

"Το $\frac{1}{4}$ και το $\frac{1}{9}$ ενός αριθμού έχουν διαφορά 11"

Λύση

Αν x είναι αυτός ο αριθμός τότε έχουμε: $\frac{1}{4}x-\frac{1}{9}x=11$ ή $\frac{1}{9}x-\frac{1}{4}x=11$

Να εκφράσετε με εξίσωση την πρόταση:

"Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, η μία οξεία γωνία είναι το $\frac{1}{5}$ της άλλης".

Στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση.

Λύση

Ξέρουμε ότι η μία και μοναδική ορθή γωνία του ορθογωνίου τριγώνου είναι 90^o. Επίσης είναι γνωστό ότι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είνα 180^o.

Άρα η εξίσωση που εκφράζει το πρόβλημα είναι: $90°+x+\frac{1}{5}x=180°$

$$x+\frac{1}{5}x=180°-90°$$

$$x+\frac{1}{5}x=90°$$

$$5x+x=450°$$

$$6x=450°$$

$$x = \frac{450}{6}$$
$$x = 75^o$$

Άρα η μία οξεία γωνία είναι 75^o και προφανώς η άλλη είναι $90^o - 75^o = 15^o$.

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $\mathbf{4x - 3 = 3 - 2x}$ **β.** $\mathbf{3z + 8 = 6z - 10}$ **γ.** $\mathbf{7 - 2y = -6y + 4}$

Λύση

α.
$$4x - 3 = 3 - 2x$$
$$4x + 2x = 3 + 3$$
$$6x = 6$$
$$x = \frac{6}{6}$$
$$x = 1$$

β.
$$3z + 8 = 6z - 10$$
$$3z - 6z = -10 - 8$$
$$-3z = -18$$
$$z = \frac{-18}{-3}$$
$$z = 6$$

γ.
$$7 - 2y = -6y + 4$$
$$-2y + 6y = -7 + 4$$
$$4y = -3$$
$$y = -\frac{3}{4}$$

Να λυθούν οι εξισώσεις: **α.** $\mathbf{3(x+4) = 2(x-1) + 4}$
β. $\mathbf{7(x-2) - 11(2-x) = 9x + 1}$

Λύση

α.
$$3(x+4) = 2(x-1) + 4$$
$$3x + 12 = 2x - 2 + 4$$
$$3x - 2x = -12 - 2 + 4$$
$$x = -10$$

β.
$$7(x-2) - 11(2-x) = 9x + 1$$
$$7x - 14 - 22 + 11x = 9x + 1$$
$$7x + 11x - 9x = +14 + 22 + 1$$
$$9x = 37$$
$$x = \frac{37}{9}$$

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $\mathbf{8x + 2 - 3(x-1) - 3(2x+4) = 0}$ **β.** $\mathbf{2x + 3 = 7(x-4) + 31}$

Λύση

α.
$$8x + 2 - 3(x-1) - 3(2x+4) = 0$$
$$8x + 2 - 3x + 3 - 6x - 12 = 0$$
$$8x - 3x - 6x = -2 - 3 + 12$$
$$-x = 7$$
$$x = \frac{7}{-1}$$
$$x = -7$$

β.
$$2x + 3 = 7(x-4) + 31$$
$$2x + 3 = 7x - 28 + 31$$
$$2x - 7x = -28 - 3 + 31$$
$$-5x = 0$$
$$x = \frac{0}{-5}$$
$$x = 0$$

Προσοχή!!!

Στην εξίσωση (α) ο συντελεστής του αγνώστου είναι το –1. Στην εξίσωση (β) δεν πρέπει να μας μπερδεύει το μηδέν στο δεύτερο μέλος. Μπορούμε να διαιρέσουμε με τον συντελεστή του αγνώστου που είναι το –5. Το μηδέν μπορεί να βρίσκεται στον αριθμητή ενός κλάσματος. Δεν μπορεί όμως να βρίσκεται στον παρανομαστή!

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}-\frac{5-x}{4}=14$

Λύση

Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών της εξίσωσης είναι ο αριθμός 12.

Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 12 και παίρνουμε την ισοδύναμη εξίσωση:

$$12\cdot\frac{x+1}{2}+12\cdot\frac{x+2}{3}-12\cdot\frac{5-x}{4}=12\cdot 14$$

ή $6(x+1)+4(x+2)-3(5-x)=168$

ή $6x+6+4x+8-15+3x=168$

ή $6x+4x+3x=168-6-8+15$

ή $13x=169$

Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το 13 και έχουμε: $x=13$

Άρα η ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός 13.

Να λυθούν οι εξισώσεις: **α.** $2x+4(x-1)=3(2x+1)-5$

β. $11x+8=x+2(5x-3)+14$

Λύση

α. $2x+4(x-1)=3(2x+1)-5$

$2x+4x-4=6x+3-5$

$2x+4x-6x=+4+3-5$

$0\cdot x=2$

$0=2$

Αυτό δεν ισχύει ποτέ και επομένως η εξίσωση είναι **ΑΔΥΝΑΤΗ**.

β. $11x+8=x+2(5x-3)+14$

$11x+8=x+10x-6+14$

$11x-x-10x=-8-6+14$

$0\cdot x=0$

$0=0$

Αυτό ισχύει πάντα δηλαδή για όλες τις τιμές του x και επομένως η εξίσωση είναι **ΑΟΡΙΣΤΗ**

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x-3}{5}-\frac{x+1}{3}=\frac{2}{15}$

Λύση

Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών της εξίσωσης είναι ο αριθμός 15.

Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 15 και παίρνουμε την ισοδύναμη εξίσωση:

$$\overset{3}{\cancel{15}}\cdot\frac{x-3}{\cancel{5}}-\overset{5}{\cancel{15}}\cdot\frac{x+1}{\cancel{3}}=\cancel{15}\cdot\frac{2}{\cancel{15}}$$

ή $3(x-3)-5(x+1)=2$

ή $3x-9-5x-5=2$

ή $3x-5x=9+5+2$

ή $-2x=16$

Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το -2 και έχουμε: $x=\dfrac{16}{-2}$

ή $x=-8$

Άρα η ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός -8.

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $\dfrac{y-3}{2}-\dfrac{y-5}{6}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{y}{3}$

β. $\dfrac{\omega+10}{5}+\dfrac{\omega-5}{10}=\dfrac{8-\omega}{5}+3$

Λύση

α. Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών της εξίσωσης είναι ο αριθμός 6.

Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 6 και παίρνουμε την ισοδύναμη εξίσωση:

$$\overset{3}{\cancel{6}}\cdot\frac{y-3}{2}-\cancel{6}\cdot\frac{y-5}{6}=\overset{3}{\cancel{6}}\cdot\frac{1}{2}+\overset{2}{\cancel{6}}\cdot\frac{y}{3}$$

ή $3(y-3)-(y-5)=3\cdot 1+2y$

ή $3y-9-y+5=3+2y$

ή $3y-y-2y=9-5+3$

ή $0y=7$

ή $0=7$ Η εξίσωση είναι **αδύνατη**.

β. Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών της εξίσωσης είναι ο αριθμός 10.

Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 10 και παίρνουμε την ισοδύναμη εξίσωση:

$$\overset{2}{\cancel{10}}\cdot\frac{\omega+10}{\cancel{5}}+\cancel{10}\cdot\frac{\omega-5}{\cancel{10}}=\overset{2}{\cancel{10}}\cdot\frac{8-\omega}{\cancel{5}}+10\cdot 3$$

ή $\quad 2(\omega+10)+(\omega-5)=2(8-\omega)+30$

ή $\quad 2\omega+20+\omega-5=16-2\omega+30$

ή $\quad 2\omega+\omega+2\omega=-20+5+16+30$

ή $\quad 5\omega=31$

Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το 5 και παίρνουμε: $\omega=\frac{31}{5}$

Άρα η ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός $\frac{31}{5}$.

Να λυθεί η εξίσωση: $\quad \frac{7x-3}{14}+\frac{1}{7}=\frac{3(6x-5)}{2}+\frac{3x+2}{7}$

Λύση

Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών της εξίσωσης είναι ο αριθμός 14.
Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 14 και παίρνουμε την ισοδύναμη εξίσωση:

$$\cancel{14}\cdot\frac{7x-3}{14}+\overset{2}{\cancel{14}}\cdot\frac{1}{7}=\overset{7}{\cancel{14}}\cdot\frac{3(6x-5)}{2}+\overset{2}{\cancel{14}}\cdot\frac{3x+2}{7}$$

ή $\quad (7x-3)+2\cdot 1=7\cdot 3(6x-5)+2\cdot(3x+2)$

ή $\quad 7x-3+2=21(6x-5)+6x+4$

ή $\quad 7x-3+2=126x-105+6x+4$

ή $\quad 7x-126x-6x=3-2-105+4$

ή $\quad -125x=-100$

Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το -125 και παίρνουμε: $\quad x=\frac{-100}{-125}$

ή $\quad x=\frac{4}{5}$

Άρα η ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός $\frac{4}{5}$.

Να λυθεί η εξίσωση: $\quad \frac{x-\frac{1}{2}}{5}+\frac{2x+\frac{1}{3}}{10}=\frac{\frac{x}{2}+7}{5}$

Λύση

Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών της εξίσωσης είναι ο αριθμός 10.

Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 10 και παίρνουμε την ισοδύναμη εξίσωση:

$$\cancel{10}^{\,2}\cdot\frac{x-\frac{1}{2}}{5}+\cancel{10}\cdot\frac{2x+\frac{1}{3}}{10}=\cancel{10}^{\,2}\cdot\frac{\frac{x}{2}+7}{5}$$

ή $\quad 2\left(x-\frac{1}{2}\right)+2x+\frac{1}{3}=2\left(\frac{x}{2}+7\right)$

ή $\quad 2x-2\cdot\frac{1}{2}+2x+\frac{1}{3}=2\cdot\frac{x}{2}+2\cdot 7$

ή $\quad 2x-1+2x+\frac{1}{3}=x+14$

ή $\quad 2x+2x-x=1-\frac{1}{3}+14$

ή $\quad 3x=\frac{44}{3}$

Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το 3 και παίρνουμε: $x=\frac{\frac{44}{3}}{3}$ ή $x=\frac{44}{9}$

Άρα η ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός $\frac{44}{9}$.

Έστω η εξίσωση $(3\mu-9)x=17$, όπου το x είναι ο άγνωστος και το μ είναι κάποιος πραγματικός αριθμός. Να βρείτε το μ έτσι ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη.

Λύση

Έχουμε την εξίσωση $(3\mu-9)x=17$. Ο άγνωστος είναι το x, άρα ο συντελεστής του αγνώστου είναι το $3\mu-9$. Για να είναι η εξίσωση αδύνατη πρέπει να είναι της μορφής $0\cdot x=17$. Δηλαδή πρέπει: $\quad 3\mu-9=0$ ή

$3\mu=9$ ή

$\mu=\frac{9}{3}$ ή

$\mu=3$

Να βρεθούν οι μ και ν, έτσι ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να είναι αόριστες:

α. $3\mu x - 2 = 4\nu + 6x$ **β.** $8x + 4 = 11\nu + \mu x$

Λύση

α. $3\mu x - 2 = 4\nu + 6x$ ή $3\mu x - 6x = 4\nu + 2$ ή $(3\mu - 6)x = 4\nu + 2$

Για να είναι η εξίσωση αόριστη πρέπει να είναι της μορφής $0 \cdot x = 0$.

Άρα πρέπει να ισχύουν συγχρόνως:

$$3\mu - 6 = 0 \quad \text{και} \quad 4\nu + 2 = 0$$

$$\text{ή} \quad 3\mu = 6 \quad \text{και} \quad 4\nu = -2$$

$$\text{ή} \quad \mu = \frac{6}{3} \quad \text{και} \quad \nu = \frac{-2}{4}$$

$$\text{ή} \quad \mu = 2 \quad \text{και} \quad \nu = -\frac{1}{2}$$

β. $8x + 4 = 11\nu + \mu x$ ή $8x - \mu x = 11\nu - 4$ ή $(8 - \mu)x = 11\nu - 4$

Όπως και στο **α.** ερώτημα για να είναι αόριστη η εξίσωση, πρέπει να ισχύουν συγχρόνως:

$$8 - \mu = 0 \quad \text{και} \quad 11\nu - 4 = 0$$

$$8 = \mu \quad\quad 11\nu = 4$$

$$\nu = \frac{4}{11}$$

Δίνεται η εξίσωση $5x - (4 - 3x) = 2x + 8$. Αν ο αριθμός λ είναι η λύση της εξίσωσης, τότε να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$\mathbf{A = (\lambda + 2)^{2\lambda - 1} - \lambda(3 - \lambda)^5 + \lambda^\lambda - (8 - \lambda)^2}$$

Λύση

Καταρχήν θα λύσουμε την εξίσωση $5x - (4 - 3x) = 2x + 8$ για να βρούμε το λ. Έχουμε:

$$\text{ή} \quad 5x - (4 - 3x) = 2x + 8$$

$$\text{ή} \quad 5x - 4 + 3x = 2x + 8$$

$$\text{ή} \quad 5x + 3x - 2x = 4 + 8$$

$$\text{ή} \quad 6x = 12$$

$$\text{ή} \quad x = \frac{12}{6}$$

$$\text{ή} \quad x = 2$$

Η λύση της εξίσωσης είναι ο αριθμός 2. Άρα $\lambda = 2$. Τώρα, στην παράσταση Α, αντικαθιστούμε όπου λ το 2 και έχουμε:

$$A=(2+2)^{2\cdot 2-1}-2(3-2)^5+2^2-(8-2)^2=$$
$$=4^3-2\cdot 1^5+4-6^2=64-2\cdot 1+4-36=64-2+4-36=30$$

Όπως γνωρίζουμε, το εμβαδόν ενός τριγώνου δίνεται από τον τύπο $E=\frac{1}{2}\cdot\beta\cdot\upsilon$, όπου β είναι η βάση και υ το ύψος του τριγώνου. Να λυθεί ο τύπος ως προς υ.

Λύση

Υπενθυμίζουμε ότι: Αφού μας ζητείται να λύσουμε τον τύπο ως προς υ τότε θεωρούμε τον τύπο ως εξίσωση με άγνωστο το υ.

$$E=\frac{1}{2}\cdot\beta\cdot\upsilon$$

$$2E=\cancel{2}\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\beta\cdot\upsilon$$

$$2E=\beta\cdot\upsilon$$

$$\beta\cdot\upsilon=2E$$

$$\upsilon=\frac{2E}{\beta}$$

Η καταστατική εξίσωση των αερίων είναι $PV=nRT$. Να λυθεί ο τύπος ως προς:
α. P **β. V** **γ. R** **δ. T**

Λύση

α. $P=\frac{nRT}{V}$ **β.** $V=\frac{nRT}{P}$ **γ.** $R=\frac{PV}{nT}$ **δ.** $T=\frac{PV}{nR}$

Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου με ακτίνα βάσης ρ και ύψος υ είναι: $E=2\pi\rho\upsilon+\pi\rho^2$. Να λυθεί ο τύπος ως προς υ.

Λύση

$$E=2\pi\rho\upsilon+\pi\rho^2$$

$$-2\pi\rho\upsilon=\pi\rho^2-E$$

$$2\pi\rho\upsilon=E-\pi\rho^2$$

$$\upsilon=\frac{E-\pi\rho^2}{2\pi\rho}$$

Η σχέση που συνδέει τα ακτίνια α και τις μοίρες μ είναι $\frac{\alpha}{\pi}=\frac{\mu}{180}$. Να λυθεί ο τύπος ως προς α και ως προς μ.

Λύση

Όταν έχουμε ισότητα κλασμάτων εφαρμόζουμε την ιδιότητα "χιαστί".

Δηλαδή αν $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\alpha\delta=\beta\gamma$. Έχουμε:

$$\frac{\alpha}{\pi}=\frac{\mu}{180} \qquad\qquad \frac{\alpha}{\pi}=\frac{\mu}{180}$$

$$180\alpha=\pi\mu \qquad\qquad \pi\mu=180\alpha$$

$$\alpha=\frac{\pi\mu}{180} \qquad\qquad \mu=\frac{180\alpha}{\pi}$$

Υπάρχει αριθμός που να είναι ίσος με τον αντίθετό του;

Λύση

Ας πάρουμε έναν τυχαίο αριθμό x. Τότε ο αντίθετός του θα είναι ο –x. Αφού λοιπόν θέλουμε να είναι ίσος με τον αντίθετό του, πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:

$$x=-x$$

$$x+x=0$$

$$2x=0$$

$$x=\frac{0}{2}$$

$$x=0$$

Άρα η απάντηση είναι ναι, υπάρχει αριθμός ίσος με τον αντίθετό του και αυτός είναι το μηδέν.

Να βρεθεί ένας αριθμός που το τριπλάσιό του ελαττωμένο κατά 7 να είναι ίσο με το διπλάσιό του αυξημένο κατά 3.

Λύση

Έστω x ο αριθμός που ζητείται.

Τότε: "Το τριπλάσιό του" είναι: $3x$

" Το τριπλάσιό του ελαττωμένο κατά 7" είναι: $3x-7$

"Το διπλάσιό του" είναι: $2x$

"Το διπλάσιό του αυξημένο κατά 3" είναι: $2x+7$

Οπότε πρέπει να λύσουμε την εξίσωση: $3x - 7 = 2x + 3$.

Έχουμε: $3x - 2x = 7 + 3$ ή $x = 10$

Άρα ο αριθμός που ζητείται είναι ο 10.

Δίνονται τα κλάσματα $\frac{15}{2}$ και $\frac{13}{3}$. Βρείτε έναν αριθμό που αν αφαιρεθεί από τους αριθμητές τους, τότε να προκύψουν ίσα κλάσματα.

Λύση

Έστω x ο ζητούμενος αριθμός.

Τότε πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:

$$\frac{15-x}{2} = \frac{13-x}{3}$$

$$3(15-x) = 2(13-x)$$

$$45 - 3x = 26 - 2x$$

$$-3x + 2x = 26 - 45$$

$$-x = -19$$

$$x = 19$$

Άρα ο ζητούμενος αριθμός είναι ο 19.

Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, το μήκος του είναι το τετραπλάσιο του πλάτους του ελαττωμένο κατα 4. Η περίμετρός του είναι 42cm. Βρείτε το μήκος και το πλάτος του ορθογωνίου.

Λύση

Αν το πλάτος είναι x τότε το μήκος είναι 4x – 4. Η περίμετρος είναι 42cm. Άρα:

$$\text{μήκος} + \text{πλάτος} + \text{μήκος} + \text{πλάτος} = 42$$

$$4x - 4 + x + 4x - 4 + x = 42$$

$$10x = 42 + 8$$

$$10x = 50$$

$$x = 5$$

Άρα το πλάτος είναι x = 5 cm και το μήκος είναι $4x - 4 = 4 \cdot 5 - 4 = 16\,\text{cm}$.

Ο Αλέκος αγόρασε ένα σακάκι με έκπτωση 17%. Πλήρωσε 86 €. Πόσο έκανε το σακάκι πριν την έκπτωση;

Λύση

Έστω x η αρχική τιμή του σακακιού. Τότε η έκπτωση είναι $\frac{17}{100}x$.

Επομένως, η τιμή του σακακιού μετά την έκπτωση είναι: $x-\frac{17}{100}x$.

Έτσι πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:

$$x-\frac{17}{100}x=86$$

$$100x-\cancel{100}\frac{17}{\cancel{100}}x=86\cdot 100$$

$$100x-17x=8600$$

$$83x=8600$$

$$x=\frac{8600}{83}$$

$$x\simeq 103,6$$

Άρα η τιμή του σακακιού πριν την έκπτωση είναι 103,6 €.

Ο κ. Θεοδόσης πήρε το εφάπαξ από τη δουλειά του. Από αυτά τα χρήματα έδωσε τα μισά και πήρε ένα αυτοκίνητο. Έδωσε και το ένα τρίτο για τις σπουδές του γιου του. Τα χρήματα που του απέμειναν είναι 3220 €. Πόσο ήταν το εφάπαξ;

Λύση

Αν υποθέσουμε ότι το εφάπαξ είναι x €. Το μισό είναι $\frac{x}{2}$ και το ένα τρίτο των χρημάτων είναι $\frac{x}{3}$. Επομένως, πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:

$$x-\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=3220$$

$$6\cdot x-\overset{3}{\cancel{6}}\cdot\frac{x}{2}-\overset{2}{\cancel{6}}\cdot\frac{x}{3}=6\cdot 3220$$

$$6x-3x-2x=19320$$

$$x=19320$$

Άρα το εφάπαξ ήταν 19320 €.

Βρείτε έναν αριθμό που αν προστεθεί στους όρους του κλάσματος $\frac{9}{17}$ θα προκύψει το κλάσμα $\frac{6}{5}$.

Λύση

Έστω x ο αριθμός που ζητείται. Τότε πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:

$$\frac{9+x}{17+x}=\frac{6}{5}$$

$$5(9+x)=6(17+x)$$
$$45+5x=102+6x$$
$$5x-6x=102-45$$
$$-x=57$$
$$x=-57$$

Άρα ο ζητούμενος αριθμός είναι ο –57.

Σε ένα τετράπλευρο υπάρχουν δύο ίσες γωνίες. Από τις άλλες δύο γωνίες η μία είναι το διπλάσιο των ίσων γωνιών αυξημένο κατά 7 και η άλλη είναι το τριπλάσιο ελαττωμένο κατά 4. Βρείτε κάθε μία γωνία.

Λύση

Ας υποθέσουμε ότι κάθε μία από τις δύο ίσες γωνίες είναι x. Τότε η τρίτη γωνία είναι $2x + 7$ και η τέταρτη γωνία είναι $3x – 4$.

Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τετραπλεύρου είναι 360°. Έχουμε:

$$x+x+(2x+7)+(3x-4)=360$$
$$x+x+2x+3x=-7+4+360$$
$$7x=357$$
$$x=\frac{357}{7}$$
$$x=51^{o}$$

Άρα καθεμία από τις ίσες γωνίες είναι: 51°.

Η τρίτη γωνία είναι: $2 \cdot 51 + 7 = 109^{o}$

Η τέταρτη γωνία είναι: $3 \cdot 51 – 4 = 149^{o}$

Να χωριστεί ο αριθμός 144 σε δύο άλλους αριθμούς, έτσι ώστε το οκταπλάσιο του πρώτου να είναι ίσο με το δεκαπλάσιο του δεύτερου.

Λύση

Αν θεωρήσουμε ότι ο πρώτος αριθμός είναι x, τότε ο δεύτερος θα είναι 144 – x.

Έτσι έχουμε την εξίσωση: $8x=10(144-x)$

$$8x=1440-10x$$
$$8x+10x=1440$$

$$18x = 1440$$

$$x = \frac{1440}{18}$$

$$x = 80$$

Άρα ο πρώτος αριθμός είναι ο 80 και ο δεύτερος ο 64.

Ο Σπύρος έδωσε ένα τεστ 80 ερωτήσεων. Για κάθε σωστή απάντηση έπαιρνε 3 βαθμούς. Για κάθε λάθος απάντηση έχανε 1 βαθμό. Η τελική του βαθμολογία ήταν 192 βαθμοί. Πόσες σωστές και πόσες λάθος απαντήσεις έδωσε;

Λύση

Έστω x οι σωστές απαντήσεις. Τότε, οι λάθος απαντήσεις του είναι $80 - x$. Οι βαθμοί που πήρε από τις σωστές απαντήσεις είναι 3x. Οι βαθμοί που έχασε από τις λάθος απαντήσεις είναι $1\cdot(80 - x)$. Άρα η τελική του βαθμολογία είναι: $3x - 1\cdot(80 - x)$.

Επομένως πρέπει να λύσουμε την εξίσωση: $3x - 1\cdot(80 - x) = 192$

$$3x - 80 + x = 192$$

$$4x = 192 + 80$$

$$x = \frac{272}{4}$$

$$x = 68$$

Άρα, έδωσε 68 σωστές απαντήσεις και 12 λανθασμένες.

Το αυτοκίνητο Α ξεκινάει από την Αθήνα για Λαμία και κινείται με μέση ταχύτητα 40Km/h. Μετά από 4 ώρες ξεκινάει από την Αθήνα το αυτοκίνητο Β με μέση ταχύτητα 70Km/h. Σε πόσην ώρα το Β θα φτάσει το Α;

Λύση

Ας υποθέσουμε ότι το Β θα φτάσει το Α σε x ώρες. Το αυτοκίνητο Α κινείται λοιπόν για $x + 4$ ώρες. Άρα έχει διανύσει διάστημα $(x+4)\cdot 40$ Km. Το αυτοκίνητο Β κινείται για x ώρες. Άρα έχει διανύσει διάστημα $x \cdot 70$ Km. Το Β θα φτάσει το Α όταν θα έχουν διανύσει το ίδιο διάστημα. Δηλαδή όταν: $40(x+4) = 70x$

$$40x + 160 = 70x$$

$$70x - 40x = 160$$

$$30x = 160$$

$$x = \frac{160}{30}$$

$$x = 5,33$$

Άρα το Β θα φτάσει το Α σε 5,33 ώρες.

Η περίμετρος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι 40cm. Η βάση του τριγώνου είναι ίση με το μισό της κάθε μιας από τις ίσες πλευρές αυξημένο κατά 5. Βρείτε την κάθε μια πλευρά του τριγώνου.

Λύση

Έστω x η κάθε μια από τις ίσες πλευρές του τριγώνου. Άρα η βάση είναι $\frac{x}{2}+5$. Αφού η περίμετρος είναι 40cm, συμπεραίνουμε ότι:

$$x+x+\frac{x}{2}+5=40$$

$$2x+2x+\cancel{2}\cdot\frac{x}{\cancel{2}}+2\cdot 5=2\cdot 40$$

$$2x+2x+x+10=80$$

$$5x=80-10$$

$$5x=70$$

$$x=14\,cm$$

Άρα η κάθε μία από τις ίσες πλευρές είναι 14cm και η βάση είναι:

$$\frac{14}{2}+5=7+5=12\,cm$$