ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΕΣ ΡΙΖΕΣ - ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

Να υπολογίσετε τις τετραγωνικές ρίζες:

α) $\sqrt{9}$, $\sqrt{900}$, $\sqrt{0,09}$, $\sqrt{0,0009}$.

β) $\sqrt{4\cdot 25}$, $\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}$.

γ) $\sqrt{\dfrac{36}{64}}$, $\dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{64}}$.

δ) $\sqrt{36+64}$, $\sqrt{36}+\sqrt{64}$.

ε) $\sqrt{100-36}$, $\sqrt{100}-\sqrt{36}$.

Λύση

α) $\sqrt{9}=3$ αφού $3^2=9$.

$\sqrt{900}=30$ αφού $30^2=900$.

$\sqrt{0,09}=0,3$ αφού $0,3^2=0,09$.

$\sqrt{0,0009}=0,03$ αφού $0,03^2=0,0009$.

β) $\sqrt{4\cdot 25}=\sqrt{100}=10$.

$\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}=2\cdot 5=10$ άρα $\sqrt{4\cdot 25}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}$.

γ) $\sqrt{\dfrac{36}{64}}=\sqrt{\left(\dfrac{6}{8}\right)^2}\quad\dfrac{6}{8}$.

$\dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{64}}=\dfrac{6}{8}$.

Άρα, $\sqrt{\dfrac{36}{64}}=\dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{64}}$.

δ) $\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$.

$\sqrt{36}+\sqrt{64}=6+8=14$.

Άρα, $\sqrt{36}+\sqrt{64}>\sqrt{36+64}$.

ε) $\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$.

$\sqrt{100}-\sqrt{36}=10-6=4$.

Άρα, $\sqrt{100-36}>\sqrt{100}-\sqrt{36}$.

Να βρείτε όσες από τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες έχουν νόημα:

α) $\left(\sqrt{7}\right)^2$.

β) $\sqrt{(-5)^2}$.

γ) $\sqrt{-9^2}$.

δ) $-\sqrt{64}$.

Λύση

α) $\left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$ διότι $\left(\sqrt{\alpha}\right)^2 = \alpha$ αν $\alpha \geq 0$.

β) $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$ διότι $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$.

γ) $\sqrt{-9^2}$ δεν ορίζεται αφού το υπόριζο είναι αρνητικό.

δ) $-\sqrt{64} = -8$.

Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

α) $A = \sqrt{44+\sqrt{28-\sqrt{9}}}$.

β) $B = \sqrt{9\sqrt{8\sqrt{4}}}$.

γ) $\Gamma = \left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$.

δ) $\Delta = \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$.

Λύση

α) $A = \sqrt{44+\sqrt{28-\sqrt{9}}} = \sqrt{44+\sqrt{28-3}} = \sqrt{44+\sqrt{25}} = \sqrt{44+5} = \sqrt{49} = 7$.

β) $B = \sqrt{9\sqrt{8\sqrt{4}}} = \sqrt{9\sqrt{16}} = \sqrt{9\cdot 4} = \sqrt{36} = 6$.

γ) $\Gamma = \left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right) = \sqrt{6}\cdot\sqrt{6} + \cancel{\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}} - \cancel{\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{2} =$

$= \left(\sqrt{6}\right) - \left(\sqrt{2}\right)^2 = 6-2 = 4$.

δ) $\Delta = \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \sqrt{\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)} = \sqrt{4} = 2$.

Να δείξετε ότι η τετραγωνική ρίζα του $4+2\sqrt{3}$ είναι ο $1+\sqrt{3}$.

Λύση

Θα πρέπει να δείξω $\sqrt{4+2\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$ ή ισοδύναμα από τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας $\left(1+\sqrt{3}\right)^2 = 4+2\sqrt{3}$.

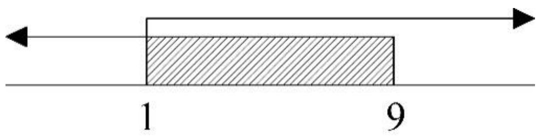
$\left(1+\sqrt{3}\right) = \left(1+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right) = 1\left(1+\sqrt{3}\right) + \sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right) = 1+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2 =$

$= 1+2\sqrt{3}+3 = 4+2\sqrt{3}$.

Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παρακάτω παράσταση $A=\sqrt{x-1}+\sqrt{9-x}$;

Λύση

Πρέπει $x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1$ και $9-x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 9$.



Άρα, $1\leq x\leq 9$.

Να βρείτε τα x, y ώστε να ισχύουν τα παρακάτω:

α) $\sqrt{x+50}=9$.

β) $2\sqrt{x}+12=20$.

γ) $\sqrt{x-9}+\sqrt{6-y}=0$.

Λύση

α) Πρέπει $x+50\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -50$ και από τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας

$x+50=9^2 \Leftrightarrow x+50=81 \Leftrightarrow x=81-50 \Leftrightarrow x=31$ δεκτή.

β) Πρέπει $x\geq 0$ και $2\sqrt{x}=20-12 \Leftrightarrow 2\sqrt{x}=8 \Leftrightarrow \sqrt{x}=\frac{8}{2} \Leftrightarrow \sqrt{x}=4$

και από τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας $x=4^2 \Leftrightarrow x=16$ δεκτή.

γ) Πρέπει $x-9\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 9$ και $6-y\geq 0 \Leftrightarrow y\leq 6$.

Επειδή κάθε όρος του αθροίσματος είναι μη αρνητικός για να ισχύει η ισότητα θα πρέπει

$\sqrt{x-9}=0$ και $\sqrt{6-y}=0$ ή $x-9=0$ και $6-y=0$ ή $x=9$ και $y=6$.

Χαρακτηρίστε ως Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

α. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} = 90^o$ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 - \gamma^2$.

β. Αν σε τρίγωνο $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ ισχύει $\beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2$, τότε $\hat{A} = 90^o$.

γ. Υπάρχει τρίγωνο με πλευρές x, y, ω για τις οποίες ισχύουν συγχρόνως:

$$x^2 = y^2 + \omega^2 \quad \text{και} \quad y^2 = x^2 + \omega^2$$

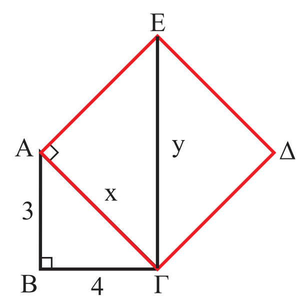
Λύση

α. (Σ), διότι $\hat{B} = 90^o$ και επομένως από το Π.Θ. έχουμε $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2$ άρα $\alpha^2 = \beta^2 - \gamma^2$.

β. (Λ), διότι από την σχέση $\beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2$ έχουμε $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$ και επομένως $\hat{\Gamma} = 90^o$.

γ. (Λ), διότι από την σχέση $x^2 = y^2 + \omega^2$, με βάση το αντίστροφο του Π.Θ., έχουμε ότι η απέναντι γωνία από την πλευρά x είναι ορθή και από την σχέση $y^2 = x^2 + \omega^2$, έχουμε ότι η απέναντι γωνία από την πλευρά y είναι ορθή. Αυτό είναι αδύνατον διότι δεν μπορεί ένα τρίγωνο να έχει δύο ορθές γωνίες.

Στο διπλανό σχήμα το ΑΓΔΕ είναι τετράγωνο.
Να υπολογισθούν: α. Η πλευρά x του τετραγώνου.
β. Η διαγώνιος y του τετραγώνου.
γ. Το εμβαδόν Ε του τετραγώνου.



Λύση

α. *Υπολογισμός της πλευράς x*

Από το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$x^2 = 3^2 + 4^2$ ή $x^2 = 9 + 16$ ή $x^2 = 25$ ή $x = \sqrt{25}$ ή $x = 5$

β. *Υπολογισμός της πλευράς y*

Επειδή το ΑΓΔΕ είναι τετράγωνο το τρίγωνο ΑΓΕ είναι ορθογώνιο με ίσες κάθετες πλευρές $A\Gamma = AE = x = 5$.

Άρα από το Π.Θ. έχουμε: $\Gamma E^2 = A\Gamma^2 + AE^2$ ή $y^2 = x^2 + x^2$ ή $y^2 = 5^2 + 5^2$ ή

$y^2 = 25 + 25$ ή $y^2 = 50$ ή $y \simeq 7,07$

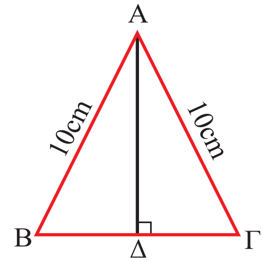
γ. *Υπολογισμός του εμβαδού του τετραγώνου*

$E = x^2 = 25$ (από το α. ερώτημα)

Ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ έχει περίμετρο 36 cm και μία από τις ίσες πλευρές έχει μήκος 10 cm. Να υπολογίσετε:

α. Το ύψος ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ.

β. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.



Λύση

α. • *Υπολογισμός του ΒΔ*

Η περίμετρος του τριγώνου είναι 36 cm. Άρα: $ΑΒ+ΑΓ+ΒΓ=36$ ή

$10+10+ΒΓ=36$ ή $20+ΒΓ=36$ ή $ΒΓ=36-20$ ή $ΒΓ=16\text{cm}$

Επειδή το ύψος ΑΔ είναι και διάμεσος θα έχουμε: $ΒΔ=\dfrac{16}{2}=8\text{ cm}$

• *Υπολογισμός του ύψους ΑΔ*

Από το Π.Θ. έχουμε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ:

$ΑΔ^2+ΒΔ^2=ΑΒ^2$ ή $ΑΔ^2+8^2=10^2$ ή $ΑΔ^2=100-64$ ή $ΑΔ^2=36$ ή $ΑΔ=6\text{ cm}$

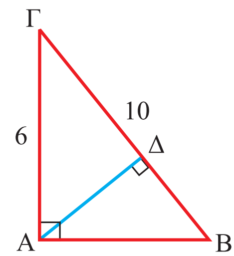
β. • *Υπολογισμός του εμβαδού Ε του τριγώνου ΑΒΓ*

Είναι: $Ε=\dfrac{β\cdot υ}{2}=\dfrac{ΒΓ\cdot ΑΔ}{2}=\dfrac{16\cdot 6}{2}=\dfrac{96}{2}=48\text{ cm}^2$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ΒΓ = 10cm και ΑΓ = 6cm.
Να υπολογίσετε: **α. Την πλευρά ΑΒ,**

β. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ,

γ. Το ύψος ΑΔ.



Λύση

α. Από το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$ΑΒ^2+ΑΓ^2=ΒΓ^2$ ή $ΑΒ^2+6^2=10^2$ ή $ΑΒ^2+36=100$ ή $ΑΒ^2=100-36$ ή

$ΑΒ^2=64$ ή $ΑΒ=\sqrt{64}$ ή $ΑΒ=8\text{cm}$.

β. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι:

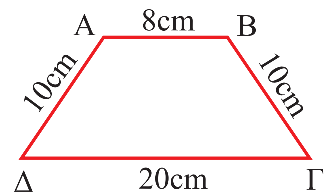
$$Ε=\frac{β\cdot υ}{2}=\frac{ΑΒ\cdot ΑΓ}{2}=\frac{8\cdot 6}{2}=\frac{48}{2}=24\text{ cm}^2$$

γ. Επίσης το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι:

$Ε=\dfrac{β\cdot υ}{2}$ ή $24=\dfrac{ΒΓ\cdot ΑΔ}{2}$ ή $24=\dfrac{10\cdot ΑΔ}{2}$ ή $10ΑΔ=24\cdot 2$ ή $10ΑΔ=48$ ή $ΑΔ=\dfrac{48}{10}$

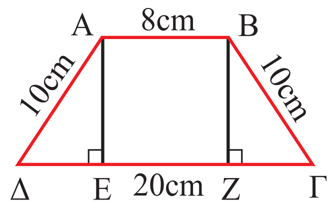
ή $ΑΔ=4,8\text{ cm}$

Το τραπέζιο ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές με ΑΒ = 8 cm, ΑΔ = ΒΓ = 10 cm και ΓΔ = 20 cm. Να υπολογίσετε:
α. Το ύψος ΑΕ του τραπεζίου.
β. Το εμβαδόν του τραπεζίου.



Λύση

α. Φέρνουμε τα ύψη ΑΕ και ΒΖ. Προφανώς από το ορθογώνιο ΑΒΖΕ έχουμε ότι: $EZ = AB = 8$ cm.



Επομένως: $$\Delta E = \Gamma Z = \frac{20-8}{2} = \frac{12}{2} = 6\text{cm}$$

Από το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΕ έχουμε:

$AE^2 = A\Delta^2 - \Delta E^2$ ή $AE^2 = 10^2 - 6^2$ ή

$AE^2 = 100 - 36$ ή $AE^2 = 64$ ή $AE = \sqrt{64} = 8$ cm

β. Το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ είναι:

$$E = \frac{(\beta + B)\cdot \upsilon}{2} = \frac{(AB + \Gamma\Delta)\cdot AE}{2} = \frac{(8+20)\cdot 8}{2} = \frac{28\cdot 8}{2} = 14\cdot 8 = 112\ \text{cm}^2$$

Δηλαδή $E = 112$ cm^2.

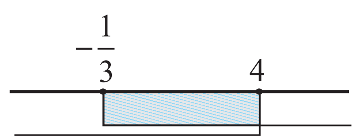
Για ποιες τιμές του ακέραιου x ορίζεται η παράσταση: $A = \sqrt{3x+1} + \sqrt{-5x+20}$

Λύση

Για να ορίζεται η παράσταση Α πρέπει:

$$\begin{cases} 3x + 1 \geq 0 \\ \text{και} \\ -5x + 20 \geq 0 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} 3x \geq -1 \\ \text{και} \\ -5x \geq -20 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x \geq -\dfrac{1}{3} \\ \text{και} \\ x \leq \dfrac{-20}{-5} \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x \geq -\dfrac{1}{3} \\ \text{και} \\ x \leq 4 \end{cases}$$

Η συναλήθευση φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα:



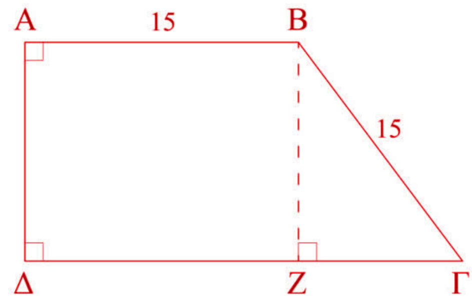
Δηλαδή $-\dfrac{1}{3} \leq x \leq 4$ και επειδή ο x είναι ακέραιος έχουμε: $x = 0, 1, 2, 3, 4$

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90°$, $AB = B\Gamma = 15cm$, $\Gamma\Delta = 24cm$.

Να υπολογίσετε το εμβαδό του τραπεζίου.

Λύση:

Φέρνουμε τη $BZ \perp \Delta\Gamma$ επειδή το τετράπλευρο ΑΒΖΔ είναι ορθογώνιο έχουμε $\Delta Z = AB = 15cm$. Άρα $Z\Gamma = \Delta\Gamma - \Delta Z = 24 - 15 = 9$.



Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΖΓ εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα και έχουμε:

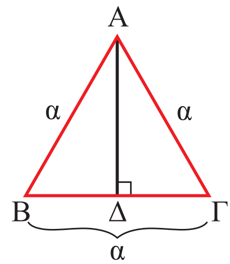
$BZ^2 = B\Gamma^2 - Z\Gamma^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144 = 12^2$.

Άρα $BZ = 12cm$.

Οπότε $(AB\Gamma\Delta) = \frac{AB + \Gamma\Delta}{2} \cdot BZ = \frac{15 \quad 24}{2} \cdot 12 = 234cm^2$.

Δίνεται ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με περίμετρο 18 cm.
Να υπολογίσετε:
α. Το ύψος του τριγώνου. β. Το εμβαδόν του τριγώνου.

(Δίνεται: $\sqrt{27} \simeq 5,2$)



Λύση

α. Η περίμετρος του τριγώνου είναι 18cm, άρα:

$\alpha + \alpha + \alpha = 18$ ή $3\alpha = 18$ ή $\alpha = 6cm$

Δηλαδή: $B\Gamma = \alpha = 6cm$

Το ύψος ΑΔ στο ισόπλευρο τρίγωνο είναι και διάμεσος. Άρα: $B\Delta = 6 : 2 = 3cm$

Από το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο $A\hat{B}\Delta$ έχουμε:

$A\Delta^2 = AB^2 - B\Delta^2$ ή $A\Delta^2 = 6^2 - 3^2$ ή $A\Delta^2 = 36 - 9$ ή $A\Delta^2 = 27$ ή $A\Delta = \sqrt{27} \simeq 5,2$

β. Το εμβαδόν του τριγώνου $A\hat{B}\Gamma$ είναι:

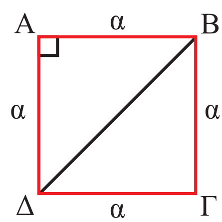
$$E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{6 \cdot 5,2}{2} = 3 \cdot 5,2 = 15,6cm^2$$

Ένα τετράγωνο έχει διαγώνιο 10 cm. Να βρείτε το εμβαδόν και την πλευρά του.

(Δίνεται: $\sqrt{50} \simeq 7,07$)

Λύση

Έχουμε $B\Delta = 10cm$. Από το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ ισχύει:



$AB^2 + A\Delta^2 = B\Delta^2$ ή $\alpha^2 + \alpha^2 = 10^2$ ή $2\alpha^2 = 100$ ή $\alpha^2 = 100 : 2$ ή $\alpha^2 = 50$.

Άρα το εμβαδόν του είναι: $E = \alpha^2 = 50cm^2$

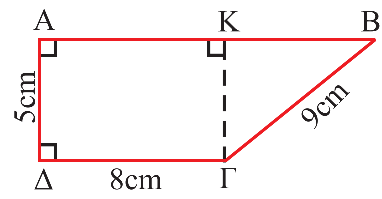
Για τον υπολογισμό του α έχουμε: $\alpha^2 = 50$, άρα $\alpha = \sqrt{50}$, άρα $\alpha \simeq 7,07cm$

Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ ισχύουν: $A\Delta = 5cm$, $\Gamma\Delta = 8cm$, $B\Gamma = 9cm$.

Να υπολογίσετε: **α. Την ΑΒ.**

β. Το εμβαδόν του τραπεζίου.

(Δίνεται: $\sqrt{56} \simeq 7,5$)



Λύση

α. Στο ορθογώνιο ΑΔΓΚ ισχύει: $\Gamma K = A\Delta = 5cm$

Θα υπολογίσουμε την πλευρά ΚΒ του ορθογωνίου τριγώνου ΓΚΒ.

Από το Π.Θ. στο τρίγωνο ΚΒΓ έχουμε:

$$KB^2 = B\Gamma^2 - K\Gamma^2 \text{ ή } KB^2 = 9^2 - 5^2 \text{ ή } KB^2 = 81 - 25 \text{ ή } KB^2 = 56 \text{ ή } KB = \sqrt{56} \simeq 7,5$$

Άρα: $AB = AK + KB = 8 + 7,5 = 15,5cm$

β. Το εμβαδόν Ε του τραπεζίου είναι:

$$E = \frac{(\beta + B)\cdot \upsilon}{2} = \frac{(\Gamma\Delta + AB)\cdot A\Delta}{2} = \frac{(8+15,5)\cdot 5}{2} = \frac{23,5\cdot 5}{2} = 58,75\,cm^2$$

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις και να υπολογίσετε τις τιμές τους:

$$\mathbf{A = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{6} - 7\sqrt{2} + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 8\sqrt{6}}, \qquad \mathbf{B = 3\left(\sqrt{11} - \sqrt{3}\right) - 2\left(3\sqrt{11} + 5\sqrt{3}\right)}$$

(Δίνονται: $\sqrt{3} \simeq 1,73$, $\sqrt{2} \simeq 1,41$, $\sqrt{6} \simeq 2,45$, $\sqrt{11} \simeq 3,32$)

Λύση

$$A = \sqrt{2}(2-7-4) + \sqrt{6}(-5+3+8)$$
$$A = \sqrt{2}\cdot(-9) + \sqrt{6}\cdot 6$$
$$A \simeq 1,41\cdot(-9) + 2,45\cdot 6$$
$$A = -12,69 + 14,7$$
$$A = 2,01$$

$$B = 3\sqrt{11} - 3\sqrt{3} - 6\sqrt{11} - 10\sqrt{3}$$
$$B = \sqrt{11}(3-6) + \sqrt{3}(-3-10)$$
$$B = \sqrt{11}(-3) + \sqrt{3}(-13)$$
$$B \simeq 3,32(-3) + 1,73(-13)$$
$$B = -9,96 - 22,49$$
$$B = -32,45$$

Να συγκρίνετε τις παραστάσεις:

α. $\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$ **και** $\sqrt{4\cdot 9}$ **β.** $\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$ **και** $\sqrt{\dfrac{4}{9}}$ **γ.** $\sqrt{4}+\sqrt{9}$ **και** $\sqrt{4+9}$

Τι σύμπερασμα βγάζετε;

Λύση

α. $\sqrt{4}\cdot\sqrt{9} = 2\cdot 3 = 6$, $\sqrt{4\cdot 9} = \sqrt{36} = 6$. Άρα: $\sqrt{4}\cdot\sqrt{9} = \sqrt{4\cdot 9}$

Γενικά ισχύει: $\sqrt{\alpha\cdot\beta} = \sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta},\ \alpha \geq 0, \beta \geq 0$

β. $\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\dfrac{2}{3}$, $\sqrt{\dfrac{4}{9}}=\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2}=\dfrac{2}{3}$. Άρα: $\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\sqrt{\dfrac{4}{9}}$

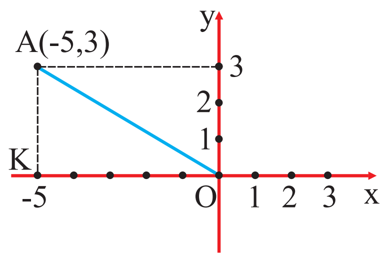
Γενικά ισχύει: $\sqrt{\dfrac{\alpha}{\beta}}=\dfrac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}},\ \alpha\ge 0, \beta>0$

γ. $\sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5$, $\sqrt{4+9}=\sqrt{13}\simeq 3,6$. Άρα: $\sqrt{4+9}<\sqrt{4}+\sqrt{9}$

Γενικά ισχύει: $\sqrt{\alpha+\beta}\le\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta},\ \alpha\ge 0, \beta\ge 0$

α. Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου Α(–5,3) από την αρχή των αξόνων Ο.
β. Να υπολογίσετε την απόσταση ΒΓ των σημείων Β(1,2) και Γ(3,3).

Λύση

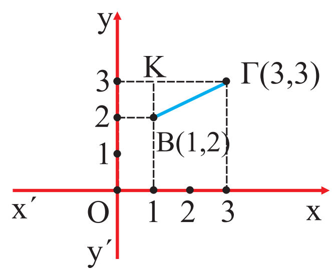


α. Έχουμε $OK=5$, $AK=3$. Από το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΟΑΚ έχουμε:

$OA^2=OK^2+KA^2$ ή $OA^2=5^2+3^2$ ή

$OA^2=25+9$ ή $OA^2=34$ ή $OA=\sqrt{34}$

ή $OA\simeq 5,8$



β. Παρατηρούμε ότι $KB=3-2=1$ και $K\Gamma=3-1=2$.
Από το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΚΒΓ έχουμε:

$B\Gamma^2=KB^2+K\Gamma^2$ ή $B\Gamma^2=1^2+2^2$ ή $B\Gamma^2=1+4$ ή

$B\Gamma^2=5$ ή $B\Gamma=\sqrt{5}$ ή $B\Gamma\simeq 2,24$

Αν $\alpha>0$ και $\beta<0$, να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκονται τα σημεία:

$\mathbf{A(\alpha,\beta)},\ \mathbf{B(-2\alpha,3\beta)},\ \mathbf{\Gamma(\alpha+7,\beta-5)},\ \mathbf{\Delta(-3\alpha-1,-5\beta+6)},\ \mathbf{E\left(-\alpha^2-3,(\beta-4)^2\right)}$

Λύση

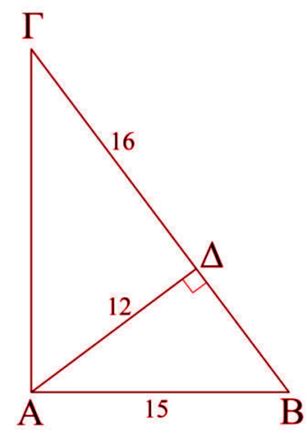
- Επειδή α>0 και β<0, συμπεραίνουμε ότι το σημείο Α(α,β) βρίσκεται στο 4° τεταρτημόριο.
- Επειδή α>0 άρα -2α<0 και β<0 άρα 3β<0, συμπεραίνουμε ότι το σημείο Β(–2α,3β) βρίσκεται στο 3° τεταρτημόριο.
- Επειδή α>0 άρα α+7>0 και β<0 άρα β–5<0 συμπεραίνουμε ότι το σημείο $\Gamma(\alpha+7,\beta-5)$ βρίσκεται στο 4° τεταρτημόριο.
- Επειδή α>0 άρα $-3\alpha-1<0$ και β<0 άρα $-5\beta+6>0$, συμπεραίνουμε ότι το σημείο $\Delta(-3\alpha-1,-5\beta+6)$ βρίσκεται στο 2° τεταρτημόριο.
- Επειδή $-\alpha^2-3<0$, $(\beta-4)^2>0$, συμπεραίνουμε ότι το σημείο $E\left(-\alpha^2-3,(\beta-4)^2\right)$ βρίσκεται στο 2° τεταρτημόριο.

Σε τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε ΑΒ =15cm , ύψος ΑΔ =12cm και ΓΔ =16cm.

α) Να υπολογίσετε την ΒΔ.

β) Να υπολογίσετε την ΑΓ.

γ) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.



Λύση:

α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα

$\Delta B^2 = AB^2 - A\Delta^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 = 9^2$.

Άρα $\Delta B = 9\text{cm}$.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα και έχουμε:

$A\Gamma^2 = A\Delta^2 + \Gamma\Delta^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400 = 20^2$.

Άρα $A\Gamma = 20\text{cm}$.

γ) $B\Gamma = B\Delta + \Delta\Gamma = 9 + 16 = 25\text{cm}$.

Είναι $B\Gamma^2 = 25^2 = 625$ και $AB^2 + A\Gamma^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$,

οπότε $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$.

Σύμφωνα με το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος, το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.