

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

1) Μονόμετρα και Διανυσματικά μεγέθη

Μονόμετρο μέγεθος λέγεται κάθε μέγεθος που καθορίζεται μόνο με την αριθμητική τιμή του. Τέτοια μεγέθη είναι η θερμοκρασία, το μήκος, ο χρόνος κ.α.
Διανυσματικό μέγεθος λέγεται κάθε μέγεθος που για να καθορισθεί χρειάζεται εκτός της αριθμητικής τιμής του, η διεύθυνση και η φορά του. Τέτοια μεγέθη είναι η ταχύτητα, η δύναμη, το βάρος κ.α.

2) Τι λέγεται διάνυσμα και ποια είναι τα χαρακτηριστικά του;

Διάνυσμα λέγεται ένα ευθύγραμμο τμήμα στο οποίο το ένα άκρο καθορίζεται ως αρχή του και το άλλο ως πέρας του διανύσματος.

Συμβολίζεται με \overline{AB} ή $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{x}, \dots$

Ένα διάνυσμα χαρακτηρίζεται από:

1. Τη διεύθυνσή του.

Για να δηλώσουμε ότι δύο διανύσματα \overline{AB} και $\overline{\Gamma\Delta}$ έχουν την ίδια διεύθυνση, γράφουμε $\overline{AB} // \overline{\Gamma\Delta}$, ενώ όταν δεν έχουν την ίδια διεύθυνση, γράφουμε $\overline{AB} \not// \overline{\Gamma\Delta}$.

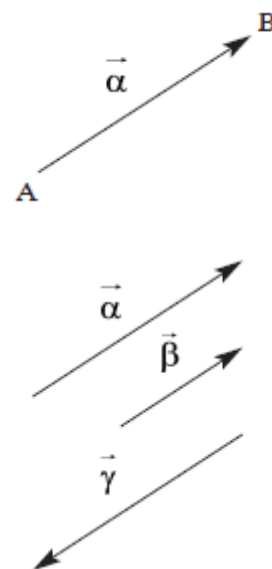
2. Τη φορά του.

Τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ στο διπλανό σχήμα έχουν την ίδια φορά ενώ το $\vec{\gamma}$ έχει αντίθετη φορά με το $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$

και γράφουμε $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$, $\vec{\alpha} \downarrow \vec{\gamma}$ και $\vec{\beta} \downarrow \vec{\gamma}$

3. Το μέτρο του.

Το μέτρο του είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB και το συμβολίζουμε με $|\overline{AB}|$. Το μέτρο είναι πάντοτε ένας αριθμός θετικός ή μηδέν.



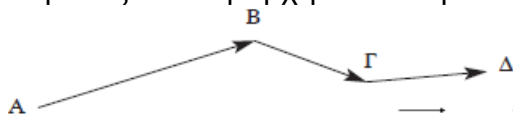
3) Ποια διανύσματα λέγονται ίσα και ποια αντίθετα;

Δύο διανύσματα τα οποία έχουν ίδια διεύθυνση, ίδια φορά και ίσα μέτρα λέγονται ίσα.

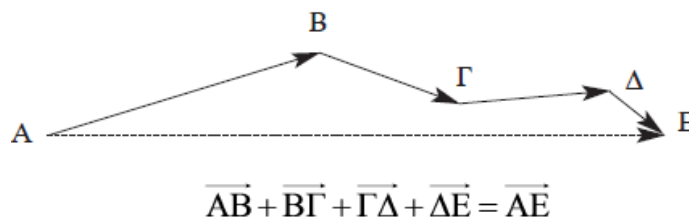
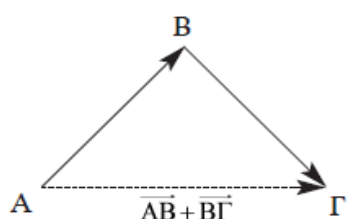
Δύο διανύσματα τα οποία έχουν ίδια διεύθυνση, ίσα μέτρα και αντίθετη φορά λέγονται αντίθετα.

4) Πότε δύο διανύσματα λέγονται διαδοχικά και πως ορίζεται το άθροισμα δύο ή περισσότερων διανυσμάτων;

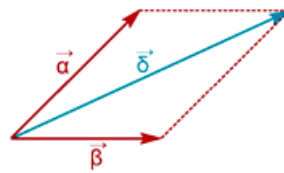
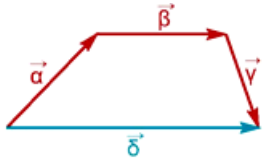
Δύο ή περισσότερα διανύσματα λέγονται διαδοχικά διανύσματα όταν το πέρας καθενός διανύσματος είναι η αρχή του επομένου.



Άθροισμα των διαδοχικών διανυσμάτων \overline{AB} και \overline{BG} ονομάζεται το διάνυσμα \overline{AG} και γράφεται $\overline{AB} + \overline{BG} = \overline{AG}$. Το ίδιο ισχύει και για περισσότερα από δύο διαδοχικά διανύσματα.

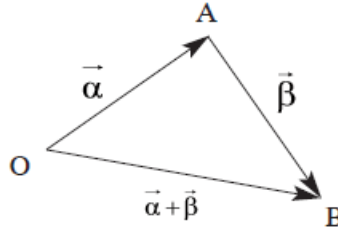
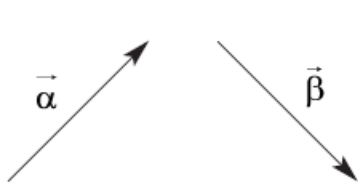


- 5) Σχεδιάσατε τις μεθόδους, για να βρούμε το άθροισμα διανυσμάτων.
 A. Η μέθοδος του πολυγώνου B. Η μέθοδος του παραλληλογράμμου



- 6) Πρόσθεση μη διαδοχικών διανυσμάτων.

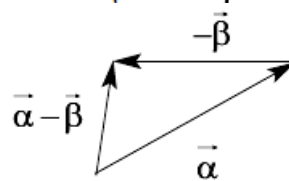
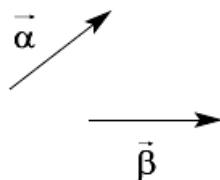
Για να προσθέσουμε δύο μη διαδοχικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, σχεδιάζουμε τα διανύσματα $\vec{OA} = \vec{\alpha}$ και $\vec{AB} = \vec{\beta}$, οπότε $\vec{\alpha} + \vec{\beta} = \vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$



- 7) Αφαίρεση διανυσμάτων.

Διαφορά του διανύσματος $\vec{\beta}$ από το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ συμβολίζει με $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και ορίζεται ως το άθροισμα του $\vec{\alpha}$ με το αντίθετο διάνυσμα του $\vec{\beta}$.

$$\vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{\alpha} + (-\vec{\beta})$$

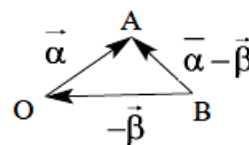
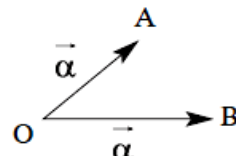


- 8) Διαφορά διανυσμάτων με κοινή αρχή.

Έστω τα διανύσματα $\vec{OA} = \vec{\alpha}$ και $\vec{OB} = \vec{\beta}$ με κοινή αρχή το O.

$$\begin{aligned} \vec{OA} - \vec{OB} &= \vec{OA} + (-\vec{OB}) = \\ &= \vec{OA} + \vec{BO} = \vec{BO} + \vec{OA} = \vec{BA} \end{aligned}$$

διότι $-\vec{OB} = \vec{BO}$



- 9) Πως αναλύουμε ένα διάνυσμα σε κάθετες συνιστώσες; Ποια είναι τα μέτρα των συνιστωσών;

Σχηματίζουμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, με άξονες $x'x$ και $y'y$ και κέντρο το σημείο A (την αρχή A του διανύσματος). Απο το πέρας B φέρνουμε δύο κάθετες, τη ΒΓ κάθετη στον $x'x$ και τη ΒΔ κάθετη στον $y'y$. Τότε το ΑΓΒΔ είναι ορθογώνιο και ισχύει: $\vec{AB} = \vec{A\Gamma} + \vec{A\Delta}$ με $\vec{A\Gamma} = \vec{\alpha}_1$ και $\vec{A\Delta} = \vec{\alpha}_2$. Τα διανύσματα $\vec{\alpha}_1$ και $\vec{\alpha}_2$ ονομάζονται συνιστώσες του $\vec{\alpha}$.

Τα μέτρα των συνιστωσών βρίσκονται ως εξής.

$$\text{συν}\theta = \frac{A\Gamma}{AB} \quad \text{ή} \quad \text{συν}\theta = \frac{|\vec{\alpha}_1|}{|\vec{\alpha}|} \quad \text{οπότε} \quad |\vec{\alpha}_1| = |\vec{\alpha}| \cdot \text{συν}\theta$$

$$\text{ημ}\theta = \frac{B\Gamma}{AB} \quad \text{ή} \quad \text{ημ}\theta = \frac{|\vec{\alpha}_2|}{|\vec{\alpha}|} \quad \text{ή} \quad \text{ημ}\theta = \frac{|\vec{\alpha}_2|}{|\vec{\alpha}|}$$

$$\text{οπότε} \quad |\vec{\alpha}_2| = |\vec{\alpha}| \cdot \text{ημ}\theta$$

