

## Εξισώσεις - Ανισώσεις

### 1) Τι λέγεται μεταβλητή;

Γενικά, όταν θέλουμε να αναφερθούμε σε ένα οποιοδήποτε στοιχείο ενός συνόλου, διευκολύνει τη διατύπωση να δηλώσουμε το στοιχείο αυτό με ένα γράμμα. Το γράμμα αυτό ονομάζεται μεταβλητή.

### 2) Τι λέγεται Αριθμητική παράσταση και τι Αλγεβρική Παράσταση;

Αριθμητική παράσταση, ονομάζεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς.

Αλγεβρική παράσταση ονομάζεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές.

### 3) Τι ονομάζεται αναγωγή ομοίων όρων;

Η διαδικασία να γράψουμε μια αλγεβρική παράσταση σε απλούστερη μορφή ονομάζεται αναγωγή ομοίων όρων.

### 4) Τι ονομάζεται εξίσωση;

Εξίσωση με έναν άγνωστο ονομάζεται η ισότητα που περιέχει έναν άγνωστο αριθμό  $x$

### 5) Τι ονομάζεται πρώτο μέλος και τι δεύτερο μιας εξίσωσης; Ποιοι λέγονται άγνωστοι και ποιοι γνωστοί όροι της εξίσωσης; Τι λέγεται λύση της εξίσωσης;

Πρώτο μέλος της εξίσωσης λέγεται η παράσταση που είναι πριν το "=" ενώ δεύτερο μέλος λέγεται η παράσταση που είναι μετά το "="

Άγνωστοι όροι της εξίσωσης λέγονται οι όροι που περιέχουν την μεταβλητή  $x$ , ενώ γνωστοί όροι λέγονται αυτοί που δεν περιέχουν την μεταβλητή  $x$ .

Λύση ή ρίζα της εξίσωσης ονομάζεται ο αριθμός που επαληθεύει την εξίσωση.

Στην εξίσωση  $7x - 1 = 4x + 6$  Το  $7x$ ,  $4x$  είναι οι άγνωστοι όροι, ενώ το  $-1$ ,  $6$  είναι οι γνωστοί όροι

1<sup>ο</sup> μέλος 2<sup>ο</sup> μέλος

### 6) Διαδικασία λύσης μιας εξίσωσης.

Σε μια εξίσωση μπορούμε να μεταφέρουμε όρους από το ένα μέλος στο άλλο, αρκεί να αλλάξουμε το πρόσημο τους.

Γενικά για να λύσουμε μια εξίσωση κάνουμε τα εξής βήματα:

**1ο βήμα:** Απαλείφουμε τους παρονομαστές (αν υπάρχουν).

**2ο βήμα:** Κάνουμε τους σημειωμένους πολλαπλασιασμούς.

**3ο βήμα:** Κάνουμε απαλοιφή παρενθέσεων.

**4ο βήμα:** Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους (όταν ένας όρος αλλάζει μέλος αλλάζει και πρόσημο).

**5ο βήμα:** Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

**6ο βήμα:** Διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου και τα δύο μέλη (αρκείνα είναι διαφορετικός του μηδέν).

### 7) Διερεύνηση της εξίσωσης $a \cdot x = \beta$

**1η περίπτωση:** Αν  $a \neq 0$ , τότε η εξίσωση έχει τη λύση  $x = \frac{\beta}{a}$

**2η περίπτωση:** Αν  $a = 0$  και  $\beta \neq 0$ , τότε η εξίσωση είναι αδύνατη (δεν έχει καμία λύση), διότι για κάθε τιμή του  $x$ , το πρώτο μέλος της εξίσωσης ισούται πάντα με 0, οπότε δεν μπορεί να είναι ίσο με  $\beta \neq 0$ .

**3η περίπτωση:** Αν  $a = 0$  και  $\beta = 0$ , τότε η εξίσωση επαληθεύεται για όλες τις τιμές του  $x$ , και λέγεται ταυτότητα (έχει άπειρες λύσεις).

### 8) Τι λέγεται ανίσωση;

Ανισώσεις  $a$ ' βαθμού με έναν άγνωστο λέμε κάθε ανίσωση που περιέχει μία μεταβλητή και η οποία αληθεύει για ορισμένες τιμές της μεταβλητής.

### 9) Ιδιότητες ανισοτήτων.

A. Αν και στα δύο μέλη μιας ανίσωσης προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανίσωση με την ίδια φορά.

$$\text{Αν } a < \beta \text{ τότε } a + \gamma < \beta + \gamma \text{ και } a - \gamma < \beta - \gamma$$

$$\text{Αν } a > \beta \text{ τότε } a + \gamma > \beta + \gamma \text{ και } a - \gamma > \beta - \gamma$$

B. Αν και τα δύο μέλη μιας ανίσωσης πολλαπλασιαστούν ή διαιρεθούν με τον ίδιο θετικό αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανίσωση με την ίδια φορά.

$$\text{Αν } a < \beta \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } a \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma \text{ και } \frac{a}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$$

$$\text{Αν } a > \beta \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } a \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma \text{ και } \frac{a}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$$

Γ. Αν και τα δύο μέλη μιας ανίσωσης πολλαπλασιαστούν ή διαιρεθούν με τον ίδιο αρνητικό αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανίσωση με αντίστροφη φορά.

$$\text{Αν } a < \beta \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } a \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma \text{ και } \frac{a}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$$

$$\text{Αν } a > \beta \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } a \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma \text{ και } \frac{a}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$$

### 10) Επίλυση ανίσωσης

Για να λύσουμε μια ανίσωση ακολουθούμε παρόμοιο τρόπο που ακολουθούμε στην επίλυση εξισώσεων. Δηλαδή:

- Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών
- Κάνουμε τους σημειωμένους πολλαπλασιασμούς
- Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους
- Κάνουμε αναγωγές ομοίων όρων
- Φτάνουμε στη μορφή  $a \cdot x > \beta$  ή  $a \cdot x < \beta$
- Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου. Αν ο συντελεστής είναι θετικός η ανισότητα δεν αλλάζει φορά, ενώ αν είναι **αρνητικός** πρέπει να **αλλάξουμε τη φορά της ανίσωσης**.

### 11) Διερεύνηση της ανίσωσης $a \cdot x > \beta$

Για την ανίσωση  $a \cdot x > \beta$  ισχύει:

1. Αν είναι  $a > 0$ , τότε έχουμε  $x > \frac{\beta}{a}$

2. Αν είναι  $a < 0$ , τότε έχουμε  $x < \frac{\beta}{a}$

3. Αν είναι  $a = 0$ , τότε η ανίσωση γίνεται  $0 \cdot x > \beta$ , η οποία είναι **αδύνατη** όταν  $\beta > 0$  ή **αληθεύει** για κάθε τιμή του αριθμού  $x$ , όταν  $\beta < 0$ . Ανάλογα συμπεράσματα μπορούμε να διατυπώσουμε για την ανίσωση  $a \cdot x < \beta$ .