

ΕΥΘΕΙΕΣ ΚΑΙ ΕΠΙΠΕΔΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

1) Ευθεία – Επίπεδο σχετικές θέσεις – Παράλληλα επίπεδα, τεμνόμενα επίπεδα.

Από δύο σημεία A και B διέρχεται μοναδική ευθεία ϵ .

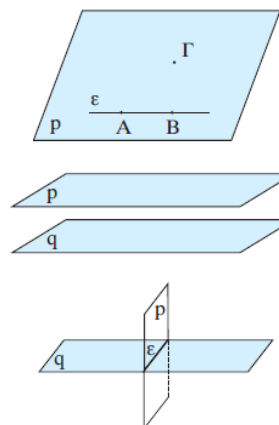
Από τρία διαφορετικά σημεία που δεν βρίσκονται

στην ίδια ευθεία, διέρχεται μόνο ένα επίπεδο.

Δύο επίπεδα λέγονται παράλληλα όταν δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

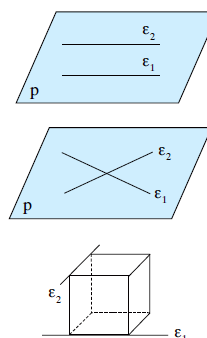
Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων είναι:

- Να είναι παράλληλα.
- Να τέμνονται κατά μία ευθεία.



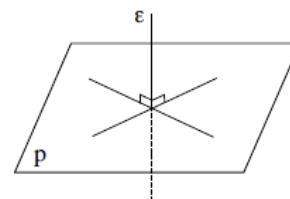
2) Σχετικές θέσεις ευθειών στο χώρο.

1. Να είναι παράλληλες
2. Να τέμνονται, δηλαδή να έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.
3. Να είναι ασύμβατες, δηλαδή να ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.



3) Σχετικές θέσεις ευθείας και επιπέδου.

1. Η ευθεία να περιέχεται στο επίπεδο
 2. Η ευθεία να είναι παράλληλη με το επίπεδο
 3. Η ευθεία να τέμνειτο επίπεδο σε ένα σημείο, που ονομάζεται ίχνος της ευθείας ϵ στο επίπεδο q
- Μια ευθεία είναι κάθετη σε ένα επίπεδο, όταν είναι κάθετη σε δύο ευθείες του που διέρχονται από το ίχνος της.



4) Απόσταση σημείου από επίπεδο και απόσταση δύο επιπέδων.

Απόσταση ενός σημείου A από ένα επίπεδο q , ονομάζεται το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα AB, που φέρουμε από το A στο επίπεδο q .

Απόσταση των παράλληλων επιπέδων p και q , ονομάζεται η απόσταση οποιουδήποτε σημείου του επιπέδου p από το επίπεδο q .

5) Ορθό πρίσμα, παράπλευρες έδρες και βάση του πρίσματος.

Ορθό πρίσμα ονομάζεται το στερεό που έχει δύο έδρες παράλληλες, που είναι ίσα πολύγωνα, και τις άλλες έδρες ορθογώνια παραλληλόγραμμα και ονομάζονται παράπλευρες έδρες.

Οι δύο παράλληλες έδρες του λέγονται βάσεις του πρίσματος.

Οι παράπλευρες έδρες σχηματίζουν την παράπλευρη επιφάνεια του πρίσματος.

Το ύψος μιας παράπλευρης έδρας ή αλλιώς η απόσταση των δύο βάσεων, λέγεται ύψος του πρίσματος.

Οι πλευρές των εδρών του πρίσματος ονομάζονται ακμές.

Αν οι βάσεις του πρίσματος είναι τρίγωνο, τετράγωνο, πεντάγωνο κ.ο.κ. τότε αντίστοιχα το πρίσμα λέγεται τριγωνικό, τετραπλευρικό, πενταγωνικό κ.ο.κ.

6) **Εμβαδόν επιφάνειας πρίσματος.**

Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης του επί το ύψος του πρίσματος.

$$E_{\pi} = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

Το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος είναι το άθροισμα του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειας και των εμβαδών των δύο βάσεων.

$$E_{\text{ολ}} = E_{\pi} + 2E_{\beta}$$

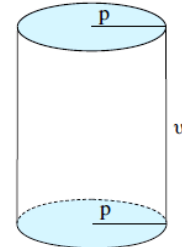
7) **Κύλινδρος.**

Αν ρ είναι η ακτίνα των βάσεων και u το ύψος του κυλίνδρου, τότε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του κυλίνδρου είναι: $E_{\pi} = 2\pi\rho \cdot u$

Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι:

$$E_{\text{ολ}} = E_{\pi} + 2E_{\beta} \text{ ή}$$

$$E_{\text{ολ}} = 2\pi\rho \cdot u = 2\pi\rho^2$$



8) **Μονάδες όγκου, όγκος πρίσματος και κυλίνδρου.**

Η κυριότερη μονάδα μέτρησης όγκου είναι το κυβικό μέτρο (m^3), που είναι ο κύβος με ακμή 1m.

Έχουμε τον παρακάτω πίνακα:

	Όνομασία	Σύμβολο	Σχέση με το κυβικό μέτρο
	Κυβικό μέτρο	m^3	
Υποδιαιρέσεις του κυβικού μέτρου	Κυβικό δεκατόμετρο	dm^3	$1\text{dm}^3 = 0,001\text{m}^3$
	Κυβικό εκατοστόμετρο	cm^3	$1\text{cm}^3 = 0,000001\text{m}^3$
	Κυβικό χιλιοστόμετρο	mm^3	$1\text{mm}^3 = 0,000000001\text{m}^3$

Τον όγκο των υγρών συνηθίζουμε να τον μετράμε με το **λίτρο ℓ** ($1\text{L} = 1\text{dm}^3$) και το **χιλιοστόλιτρο ml** ($1\text{ml} = 1\text{cm}^3$).

Ο όγκος ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος. $V = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$

Ο όγκος ενός κυλίνδρου ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος. $V_{\kappa} = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) \text{ ή } V = \pi \cdot \rho^2 \cdot u$

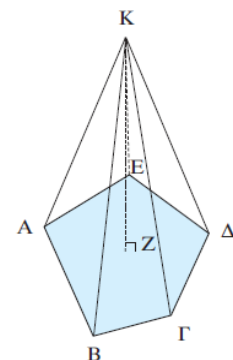
9) **Πυραμίδα.**

Πυραμίδα λέγεται το στερεό, που μία έδρα του είναι πολύγωνο και όλες οι άλλες έδρες του είναι τρίγωνα με κοινή κορυφή.

Τα στοιχεία της πυραμίδας είναι.

Το πολύγωνο ΑΒΓΔΕ ονομάζεται βάση της πυραμίδας.

- Τα τρίγωνα ΚΑΒ, ΚΒΓ, ΚΓΔ, ΚΔΕ και ΚΕΑ ονομάζονται παράπλευρες έδρες της πυραμίδας.
- Κορυφή της πυραμίδας ονομάζεται το κοινό σημείο Κ των παράπλευρων εδρών.
- Το ευθύγραμμο τμήμα ΚΖ ονομάζεται ύψος της πυραμίδας και είναι η απόσταση της κορυφής από τη βάση.
- Μια πυραμίδα που έχει ως βάση ένα τρίγωνο, λέγεται τριγωνική πυραμίδα και επειδή έχει τέσσερις τριγωνικές έδρες, τη λέμε και τετράεδρο.
- Τετραπλευρική, πενταγωνική κτλ. Λέγεται η πυραμίδα που έχει βάση τετράπλευρο, πεντάγωνο κτλ.



- 10) **Κανονική πυραμίδα, εμβαδόν επιφάνειας κανονικής πυραμίδας, όγκος πυραμίδας.**
Κανονική λέγεται μια πυραμίδα που η βάση της είναι κανονικό πολύγωνο, οπότε η παράπλευρη επιφάνειά της αποτελείται από ίσα μεταξύ τους ισοσκελή τρίγωνα, τα οποία έχουν όλα ίσες βάσεις και ίσα ύψη. Καθένα από αυτά τα ύψη λέγεται απόστημα της κανονικής πυραμίδας.

Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας κανονικής πυραμίδας ισούται με:

$$E_{\pi} = \frac{1}{2} (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{απόστημα})$$

Οπότε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας μιας πυραμίδας είναι

$$E_{ολ} = E_{\pi} + E_{\beta}$$

Ο όγκος της πυραμίδας ισούται με: $V = \frac{1}{3} (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$

- 11) **Ο κώνος και τα στοιχεία του, εμβαδόν και όγκος κώνου.**

Κώνος ονομάζεται το στερεό που προκύπτει από την περιστροφή ενός ορθογωνίου τριγώνου ΚΟΑ γύρω από μία κάθετη πλευρά του ΟΚ.

- Βάση του κώνου ονομάζεται ο κυκλικός δίσκος που δημιουργείται με κέντρο το Ο και ακτίνα ΟΑ. Η ακτίνα ΟΑ = ρ λέγεται ακτίνα του κώνου.
- Ύψος του κώνου ονομάζεται η απόσταση της κορυφής Κ του κώνου από τη βάση του, δηλαδή το ΚΟ.
- Η υποτείνουσα ΚΑ του ορθογωνίου τριγώνου λέγεται γενέτειρα του κώνου και το μήκος της συμβολίζεται με λ. Η περιστροφή της γενέτειρας ΚΑ δημιουργεί την παράπλευρη επιφάνεια του κώνου. Ισχύει: $\lambda^2 = u^2 + \rho^2$

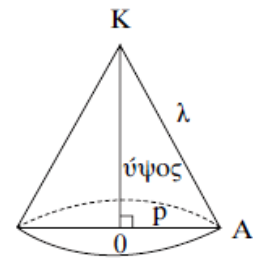
Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός κώνου ισούται με: $E_{\pi} = \pi \cdot \rho \cdot \lambda$

Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου ισούται με:

$$E_{ολ} = E_{\pi} + E_{\beta} \quad \text{ή} \quad E_{ολ} = \pi \cdot \rho \cdot \lambda + \pi \cdot \rho^2$$

Ο όγκος ενός κώνου ισούται με:

$$V = \frac{1}{3} (\text{εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) \quad \text{ή} \quad V = \frac{1}{3} \pi \rho^2 u$$



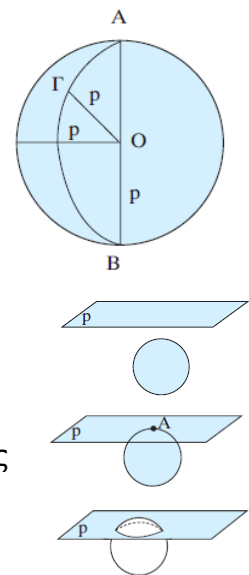
- 12) **Η σφαίρα και τα στοιχεία της.**

Σφαίρα ονομάζεται το στερεό σώμα που παράγεται, αν περιστρέψουμε έναν κυκλικό δίσκο (Ο,ρ) γύρω από μια διάμετρό του.

- Κέντρο της σφαίρας ονομάζεται το κέντρο του κυκλικού δίσκου Ο.
- Η απόσταση ενός οποιουδήποτε σημείου της επιφάνειας μιας σφαίρας από το κέντρο της Ο είναι ίση με την ακτίνα ρ του κυκλικού δίσκου (Ο,ρ). Η ακτίνα ρ ονομάζεται ακτίνα της σφαίρας.

Σχετικές θέσεις επιπέδου και σφαίρας

- Να μην τέμνονται μεταξύ τους
- Να εφάπτονται σε ένα σημείο Α που ονομάζεται σημείο επαφής
- Να τέμνονται σε κύκλο



- 13) **Εμβαδόν επιφάνειας σφαίρας, όγκος σφαίρας.**

Το εμβαδόν της επιφάνειας μιας σφαίρας ισούται με το εμβαδόν τεσσάρων μεγίστων κύκλων της. $E_{σφ} = 4\pi\rho^2$

Ο όγκος της σφαίρας ισούται με: $V_{σφ} = \frac{4}{3} \pi \cdot \rho^3$