

## Συστήματα Γραμμικών Εξισώσεων

### 3.1 Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης

#### 1. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)

- 1) Η εξίσωση  $3x^2 + \psi = 7$  είναι γραμμική.
- 2) Η εξίσωση  $\frac{a}{x} + \beta\psi = \gamma$  είναι γραμμική .
- 3) Η εξίσωση  $(a-1)x + (a^2-1)\psi = 3$  είναι γραμμική για κάθε τιμή του  $\lambda$ .
- 4) Η ευθεία  $x = 5$  είναι συνάρτηση.
- 5) Η ευθεία  $\psi = 6$  είναι συνάρτηση.
- 6) Οι ευθείες  $x = 5$  και  $x = -1$  είναι παράλληλες.
- 7) Οι ευθείες  $\psi = 3$  και  $x = -4$  είναι κάθετες.
- 8) Η ευθεία  $x = 3$  είναι παράλληλη στον  $x$ .
9. Η εξίσωση  $(\lambda^2 - 1)x + (\lambda - 1)\psi = 0$  παριστάνει πάντα ευθεία.
10. Κάθε γραμμική εξίσωση έχει άπειρες λύσεις.

#### 2. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις ευθείες:

- α)  $\epsilon_1 : x - 3\psi = 4$  ,      β)  $\epsilon_2 : x - \psi = 0$  ,      γ)  $\epsilon_3 : x = 4$  ,      δ)  $\epsilon_4 : \psi = -2$

#### 3. Δίνεται η ευθεία ( $\epsilon$ ): $3x - \psi = 3$ .

- α) Να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού  $a$  ώστε η ευθεία να τέμνει τον  $x'$  στο σημείο  $A(a^2 - 3, 0)$ .
- β) Για τη μεγαλύτερη τιμή που βρήκατε από το α) ερώτημα να κάνετε την γραφική παράσταση της ευθείας:  $a \cdot x + \psi = 5$

#### 4. Δίνεται η ευθεία ( $\epsilon$ ): $x - 4\psi = 8$

- α) Να βρείτε τα σημεία που η ευθεία ( $\epsilon$ ) τέμνει τους άξονες.
- β) Αν  $A$  είναι το σημείο που η ( $\epsilon$ ) τέμνει τον  $x'$ , να βρείτε την ευθεία που περνάει από το  $A$  και είναι παράλληλη στον  $\psi'$ .

#### 5. Δίνεται η εξίσωση $(a^2 - 2a)x + (a - 2)\psi + a^2 - 4 = 0$ . Να βρείτε τις τιμές του $a$ ώστε:

- α) η εξίσωση να παριστάνει ευθεία
- β) η εξίσωση να παριστάνει ευθεία η οποία να περνάει από την αρχή των αξόνων.

### 3.2 Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του

#### 1. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)

1. Ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων είναι αδύνατο. Τότε οι ευθείες που παριστάνουν αυτές οι εξισώσεις είναι πάντα παράλληλες στον  $x'$ .
  2. Αν δύο ευθείες είναι παράλληλες, τότε το σύστημα των εξισώσεων τους είναι αδύνατο.
  3. Ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με αγνώστους  $x, \psi$  μπορεί να έχει μόνο δύο πραγματικές λύσεις.
  4. Το σύστημα των εξισώσεων:  $x = 3$  και  $x - 5 = 0$  είναι αδύνατο.
  5. Το σύστημα των εξισώσεων:  $3x - 6 = 0$  και  $\psi - 4 = 0$  έχει μοναδική λύση.
  6. Το σύνολο των εξισώσεων  $3x + 2\psi = 1$ ,  $3x - 5\psi = 6$  αποτελεί ένα γραμμικό σύστημα.
2. Δίνονται οι ευθείες: ( $\epsilon$ )  $3x + 2\psi = 5$ , ( $\zeta$ )  $-x + 2\psi = 1$ .
- α) Να βρείτε την λύση του συστήματος γραφικά:
  - β) Να εξετάσετε αν η ευθεία ( $\eta$ )  $4x - 3\psi = 1$  περνάει από το σημείο τομής των παραπάνω ευθειών.

#### 3. Να λύσετε γραφικά τα συστήματα

- α)  $\begin{cases} x = y \\ 2x + y = 15 \end{cases}$       β)  $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$       γ)  $\begin{cases} 2x - 4y = 5 \\ 8y + 4x = -10 \end{cases}$       δ)  $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ x = 4y + 3 \end{cases}$

#### 4. Να λύσετε γραφικά τα συστήματα

- α)  $\begin{cases} 2(x + 1) = 4(y - 2) \\ 3(1 - x) = 2(x - y) \end{cases}$       β)  $\begin{cases} 7x - 5(y + 3) = 8(x - 2) + 4y \\ 10(x + 1) - 12(y - 2) = 12(x + 5) + 6y \end{cases}$

5. Δίνεται η ευθεία: (ε)  $x - 4\psi = 8$

α) Να κάνετε την γραφική της παράσταση

β) Να βρείτε τα σημεία που τέμνει η (ε) τους άξονες,

γ) Να βρείτε το σημείο τομής της (ε) και της ευθείας που περνάει από το  $A(-2,3)$  και είναι παράλληλη στον  $x'x$ .

### 3.3 Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος

1. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)

1. Το σημείο  $A(2,1)$  είναι λύση του συστήματος των εξισώσεων των ευθειών  $2\psi = x$  και  $\psi = 1$

2. Οι ευθείες  $\psi - 3x = 2$  και  $\psi - x = 0$  τέμνονται στην αρχή των αξόνων

3. Οι ευθείες  $\epsilon_1: 3x - 2\psi = 3$ ,  $\epsilon_2: 6x - 4\psi = -3$  είναι παράλληλες.

4. Η σχέση  $(3x - 2\psi + 1)(x - 2\psi + 5) = 0$  δίνει γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

2. Να λυθούν τα συστήματα

$$\alpha) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 4 \\ \frac{x}{7} + \frac{y}{15} = 3 \end{cases}$$

$$\beta) \begin{cases} \frac{x-2}{3} - \frac{x-y}{5} = 1 \\ \frac{x+y}{2} - 1 = \frac{y}{3} - 2 \end{cases}$$

3. Να υπολογιστούν οι συντεταγμένες των κορυφών τριγώνου  $AB\Gamma$  του οποίου οι πλευρές έχουν εξισώσεις  $2x-3y=1$ ,  $x+y=3$ ,  $x-3y=3$

4. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\beta) \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 5x - 7y = 5 \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} 3x - 5y = x + 1 \\ 4x + y = 13 \end{cases}$$

5. α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από τα σημεία  $A(1,2)$  και  $B(2,-1)$

β) Να εξετασθεί αν το σημείο  $\Gamma(1, 2)$  είναι σημείο της ευθείας που ορίζουν τα σημεία  $A$  και  $B$ .

6. Δίνονται οι ευθείες (ε)  $3x - 2\psi = 1$  και (ζ)  $x - 4\psi = -3$ .

α) Να βρείτε το σημείο τομής  $K$  των ευθειών (ε) και (ζ).

β) Να βρείτε την ευθεία (η) που περνάει από το  $K$  και από το σημείο που τέμνει η (ζ) τον  $x'x$ .

7. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 22 cm, ενώ το εμβαδόν του είναι 30 cm<sup>2</sup>. Να υπολογισθούν οι διαστάσεις του ορθογωνίου.

8. Σε ένα αγρόκτημα είναι κότες και κουνέλια. Αν τα ζώα έχουν όλα μαζί 50 κεφάλια και 140 πόδια, να βρείτε πόσες είναι οι κότες και πόσα τα κουνέλια.

9. Το άθροισμα των ψηφίων ενός **διψήφιου** αριθμού είναι 14. Αν εναλλάξουμε τα ψηφία του προκύπτει αριθμός κατά 36 μονάδες μικρότερος. Να βρεθεί ο αριθμός.

10. Ένας φρουτέμπορος έχει άγνωστο αριθμό κιλών πορτοκάλια. Με αυτά γέμισε 63 ομοιόμορφα καφάσια με ίδιο αριθμό κιλών στο καθένα και το περίσσεψε ένα κιλό. Αν είχε ακόμη 47 κιλά πορτοκάλια, θα γέμιζε 67 καφάσια ακριβώς. Πόσα κιλά πορτοκάλια είχε και πόσα κιλά χωράει το κάθε καφάσι;

11. Μία μηχανή  $A$  παράγει 30 αντικείμενα την ώρα ενώ μία άλλη μηχανή  $B$  παράγει 40 αντικείμενα την ώρα. Μία μέρα οι δύο μηχανές δούλεψαν, πρώτα η  $A$  και ύστερα η  $B$ , συνολικά 18 ώρες και κατασκεύασαν 600 αντικείμενα. Να βρείτε πόσες ώρες δούλεψε η κάθε μηχανή.

12. Η  $\Gamma'$  τάξη ενός Γυμνασίου έχει 35 μαθητές, αγόρια και κορίτσια. Η μέση τιμή της βαθμολογίας των κοριτσιών είναι 14,5 και των αγοριών 11. Να βρείτε πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια έχει η τάξη, αν η μέση τιμή όλων των μαθητών είναι 13.