

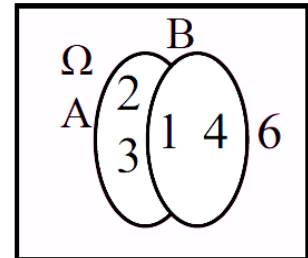
Πιθανότητες

5.1 Σύνολα

1. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)

1. Το σύνολο $\{\emptyset\}$ είναι το κενό
 2. Ισχύει $\{0,1,2\} = \{1,0,2\}$
 3. Ισχύει $5 = \{5\}$
 4. Ισχύει $\{1,2,3\} \subseteq \{1,2,4,6\}$
 5. Αν $x \in A \cup B$ τότε $x \in A$
 6. Αν $x \in A \cap B$ τότε $x \in A$
 7. Ισχύει $A' \subseteq A$
 8. Ισχύει $A \cap B \subseteq B$
 9. Ισχύει $A \cup B \subseteq B$
 10. Αν $A \subseteq B$, τότε ισχύει $A \cup B = A$
2. Αν $A = \{x \in \mathbb{Z}, \text{όπου } -1 \leq x \leq 1\}$ και $B = \{x \in \mathbb{Z}, \text{όπου } x \text{ λύση της εξίσωσης } x^2=1\}$
- α) Να γράψετε με αναγραφή τα σύνολα A και B.
 - β) Να βρείτε τα σύνολα $A \cup B$, $A \cap B$
3. Δίνεται το σύνολο $\Omega = \{-4, -2, 0, +1, +2, +3\}$ και τα σύνολα $A = \{0, +2, +3\}$, $B = \{0, +1\}$
Να βρείτε:
- 1) α) A' , B'
β) $A \cup B$, $A \cap B$
γ) $(A \cap B)'$
 - 2) Να παραστήσετε τα σύνολα του α) ερωτήματος με το διάγραμμα του Venn
4. Ένα σύνολο A έχει 8 στοιχεία το σύνολο B έχει 5 στοιχεία και το σύνολο $A \cap B$ έχει 5 στοιχεία.
Πόσα στοιχεία έχει το σύνολο $A \cup B$;

5. Στο διπλανό σχήμα έχουμε το διάγραμμα του Venn για τα σύνολα A και B
Να βρείτε τα σύνολα:
- α) $A \cup B$, $A \cap B$
 - β) A' , $(A \cup B)'$, $(A \cap B)'$



5.2 Δειγματικός χώρος – Ενδεχόμενα

1. Ερωτήσεις του τύπου σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)

1. Ρίχνουμε ένα ζάρι τότε ο δειγματικός χώρος είναι $\Omega = \{1, 3, 2, 4, 6, 5\}$
 2. Τα ενδεχόμενα $A = \{1, 3, 6\}$ και $B = \{2, 6\}$ είναι ασυμβίβαστα.
 3. Το αποτέλεσμα κάθε πειράματος τύχης ανήκει στον δειγματικό χώρο του πειράματος τύχης.
 4. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω τότε $A \cup B = \Omega$.
 5. Ρίχνουμε ένα ζάρι και μετά ένα νόμισμα. Ο δειγματικός χώρος έχει 12 στοιχεία.
 6. Κάθε στοιχείο του ενδεχομένου A είναι και στοιχείο του Ω .
 7. Ο ίδιος ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι και αυτός ενδεχόμενο.
 8. Το κενό σύνολο είναι υποσύνολο του δειγματικού χώρου Ω .
2. Ρίχνουμε διαδοχικά ένα νόμισμα και ένα ζάρι.
- α) Να γράψετε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
 - β) Να βρείτε τα ενδεχόμενα
1: Κορώνα και αριθμός τουλάχιστον 2
2: Γράμματα και αριθμός το πολύ 5.
 - γ) Να βρείτε τα ενδεχόμενα: A' , B' , $(A \cup B)'$
 - δ) Να δείξετε ότι τα A, B είναι ασυμβίβαστα.

3. Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές.
- Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
 - Να βρείτε τα ενδεχόμενα:
 - Η ένδειξη της 1^{ης} ρίψης να είναι μεγαλύτερη του 4.
 - Η ένδειξη της 2^{ης} ρίψης να είναι μικρότερη του 3.
 - Να βρείτε τα σύνολα: $A \cup B$, $A \cap B$.
4. Ρίχνουμε ένα νόμισμα τρεις φορές.
- Να γράψετε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
 - Να βρείτε τα ενδεχόμενα:
 - Να φέρουμε το πολύ δύο φορές γράμματα .
 - Να φέρουμε τουλάχιστον μία φορά γράμματα .
 - Να φέρουμε την ίδια ένδειξη .
5. Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης είναι: $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Αν A , B είναι δύο ενδεχόμενα του Ω με $A = \{\text{άρτιος μικρότερος του } 8\}$ και $B = \{\text{πολλαπλάσιο του } 3\}$.
Να προσδιορίσετε τα ενδεχόμενα
- Ένα τουλάχιστο από τα A , B πραγματοποιείται.
 - Πραγματοποιούνται ταυτόχρονα το A και το B .
 - Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα A , B .

5.3 Έννοια της πιθανότητας

1. Ερωτήσεις του τύπου σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)

- Αν A είναι ένα ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω τότε μπορεί να ισχύει $P(A) = 2$
 - Αν A , B είναι ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , τότε $P(A \cap B) = \emptyset$
 - Αν το ενδεχόμενο $A = \{1, 2, 3, 4\}$ τότε $N \{A\} = 4$
 - Το συμπλήρωμα A' ενός ενδεχομένου A ενός πειράματος τύχης είναι επίσης ενδεχόμενο αυτού του πειράματος.
 - Το $N(A)$ συμβολίζει την πιθανότητα ενός ενδεχομένου A .
 - Αν Ω είναι ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης τότε $P(\Omega) = 1$.
 - Για το αδύνατο ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης ισχύει: $P(\emptyset) = 0$
 - Το αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης είναι στοιχείο του δειγματικού χώρου του πειράματος.
 - Αν A , B είναι δύο ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω τότε μπορεί να ισχύει: $P(A) + P(B) > 1$
 - Αν A , A' είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω τότε: $P(A) + P(A') = 1$.
 - Για δύο ενδεχόμενα A , B ισχύει: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 - Ισχύει $P(\Omega) = P(\{\emptyset\})$
2. Έστω $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ είναι ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος. Αν $A = \{3, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 4, 7, 8\}$
- Να βρείτε τα σύνολα: A' , B' , $A \cup B$, $A \cap B$
 - Να βρείτε τις πιθανότητες των συνόλων του α) ερωτήματος .
3. Σε μία τάξη της Β' γυμνασίου υπάρχουν 18 αγόρια και 12 κορίτσια. Τα μισά από τα αγόρια και τα $\frac{5}{6}$ από τα κορίτσια είναι άριστοι στα Μαθηματικά. Διαλέγουμε ένα άτομο στην τύχη. Ποια είναι η πιθανότητα:
- Να είναι άριστο στα Μαθηματικά .
 - Να είναι αγόρι
 - Να είναι κορίτσι και να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά
 - Να είναι κορίτσι ή να είναι άριστο στα Μαθηματικά.
4. Σε ένα Γυμνάσιο η Α' τάξη έχει 28 μαθητές, η Β' τάξη έχει 35 μαθητές και η Γ' τάξη έχει 37 μαθητές. Εκλέγουμε τυχαία έναν μαθητή, να βρείτε την πιθανότητα.
- Ο μαθητής να μην είναι της Α' τάξης
 - Ο μαθητής να είναι της Α' ή της Γ' τάξης.

5. Η Α' τάξη ενός Γυμνασίου έχει 40 μαθητές. Από αυτούς οι 20 παίζουν ποδόσφαιρο, οι 14 παίζουν μπάσκετ και οι 8 και τα δύο. Αν επιλέξουμε τυχαία έναν από τους παραπάνω μαθητές, να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής:
- Να μην παίζει ούτε ποδόσφαιρο ούτε μπάσκετ .
 - Να παίζει ένα τουλάχιστον από τα δύο τα αθλήματα.
 - Να μην ασχολείται ταυτόχρονα και με τα δύο τα αθλήματα.
6. Αν για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:
- $$\frac{P(A)}{P(A')} = 4, \quad P(B) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{15}.$$
- Να βρείτε τις παρακάτω πιθανότητες
- Να πραγματοποιείται το A.
 - Να πραγματοποιείται το B.
 - Ένα τουλάχιστον από τα A, B πραγματοποιείται.