

## Συναρτήσεις

### 4.1 Η συνάρτηση $y = ax^2$ με $a \neq 0$

1. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)
  1. Η παραβολή  $\psi = -x^2$  έχει άξονα συμμετρίας τον  $x'$ .
  2. Η παραβολή  $\psi = (\lambda^2 + 1)x^2$  έχει μέγιστο.
  3. Οι παραβολές  $\psi = (a^2 + 1)x^2$ ,  $\psi = -(a^2 + 1)x^2$  είναι συμμετρικές ως προς το  $\psi'$ .
  4. Η παραβολή  $\psi = 3x^2$  έχει μέγιστο το  $(0,0)$ .
  5. Αν η παραβολή  $\psi = (a + 1)2007x^2$ ,  $a \neq -1$  διέρχεται από το  $A(-3,8)$  τότε διέρχεται και από το  $B(3,8)$ .
  6. Οι παραβολές  $\psi = -2x^2$ ,  $\psi = 6x^2$  έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.
  7. Η γραφική παράσταση της παραβολής  $\psi = -3x^2$  είναι πάντα κάτω από τον  $x'$ .
2. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων
  - α)  $\psi = -2x^2$
  - β)  $\psi = -\frac{3}{5}x^2$
  - γ)  $\psi = \frac{x^2}{4}$
3. Να σχεδιάσετε τις παραβολές
  - α)  $\psi = -x^2$  αν  $-2 < x < 1$ ,
  - β)  $\psi = x^2$  αν  $-4 < x < 4$
4. Να βρείτε την τιμή του  $a$ , ώστε η παραβολή  $\psi = (a + 2)x^2$  να διέρχεται από το σημείο  $A(1,4)$ . Στη συνέχεια να βρείτε τον τύπο της συμμετρικής της ως προς τον  $x'$ .
5. Δίνονται οι παραβολές  $\psi = (a + \frac{1}{3})x^2$ ,  $\psi = (2a - 1)x^2$ . Να βρείτε την τιμή του  $a$  ώστε:
  - α) Οι γραφικές παραστάσεις των παραβολών να ταυτίζονται.
  - β) Να είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα  $x'$ .
6. Δίνεται η παραβολή  $\psi = (\lambda^2 - 3\lambda + 2)x^2$ 
  - α) Να βρείτε το  $\lambda$  ώστε η παραβολή να διέρχεται από το  $A(1,6)$
  - β) Για τη μεγαλύτερη τιμή του  $\lambda$  του α) ερωτήματος να κάνετε τη γραφική παράσταση.
7. Δίνεται η παραβολή  $\psi = (\frac{\lambda + 1}{2} - 4\lambda)x^2$ . Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε η παραβολή να έχει μέγιστο.

### 4.2 Η συνάρτηση $y = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$

1. **Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)**
  1. Η συνάρτηση  $\psi = (a^2 + 1)x^2 + 3x - 6$  παίρνει ελάχιστη τιμή.
  2. Η παραβολή  $\psi = x^2 - 4$  έχει άξονα συμμετρίας τη ευθεία  $x = -2$ .
  3. Δίνεται η παραβολή  $\psi = ax^2 + bx + \gamma$ ,  $a \neq 0$ . Οι τιμές της διακρίνουσας καθορίζουν το είδος του ακρότατου.
  4. Η παραβολή  $\psi = x(1 - x) + 2x + 6$  έχει ελάχιστο.
  5. Η παραβολή  $\psi = 3x^2 - x(3 + 4x) + 2$  έχει ελάχιστο.
  6. Οι παραβολές  $\psi = x^2 - 4x + 1$ ,  $\psi = -2x^2 + 8x + 10$  έχουν τον ίδιο άξονα συμμετρίας.
  7. Η παραβολή  $\psi = (x - 2)^2$  προκύπτει από την γραφική παράσταση της παραβολής  $\psi = x^2$ , αν μεταφερθεί 2 μονάδες προς τα πάνω.
  8. Δίνεται η παραβολή  $\psi = ax^2 + bx + \gamma$  με  $a \neq 0$ . Αν  $\Delta = 0$  τότε η κορυφή της βρίσκεται στον  $\psi'$ .
  9. Η παραβολή  $\psi = x^2 + 5$  προκύπτει από τη γραφική παράσταση της παραβολής αν μεταφερθεί 5 μονάδες προς τα πάνω.
  10. Η παραβολή  $\psi = 2x^2 + 6x + 8$  έχει ελάχιστο το  $x = -\frac{3}{2}$ .
  11. Η παραβολή  $\psi = -x^2 - 2\psi = 3$  έχει μέγιστο.

- 2.** Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\psi=x^2-3x+2$  παίρνοντας τιμές του  $x$  μεταξύ του  $-2$  και το  $4$ . Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:
- Το μέγιστο η ελάχιστο της συνάρτησης.
  - Τον άξονα συμμετρίας της γραφικής παράστασης.
  - Τις λύσεις της εξίσωσης  $x^2-3x+2$ .
- 3.** Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\psi=x^2+ax+\beta$  , αν γνωρίζετε ότι διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $(1,3)$ .
- 4.** Να κάνετε τη γρ. παράσταση της συνάρτησης  $\psi=ax^2+\beta$ , αν είναι γνωστό ότι διέρχεται από τα σημεία  $A(0,2)$  και  $B(1,1)$ .
- 5.** Να βρεθεί η απόσταση των σημείων  $A$  και  $B$  της παραβολής  $\psi=2x^2+1$ , που έχουν τετμημένες  $x=1$  και  $x=2$  αντίστοιχα.
- 6.** Η παραβολή  $\psi=x^2-3x+4$  και η ευθεία  $\psi=ax$  έχουν κοινό σημείο το  $A(1,2)$ . Να βρείτε το άλλο κοινό σημείο τους  $B$ , χωρίς να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις.
- 7.** Ένας κτηνοτρόφος διαθέτει συρματοπλέγμα μήκους  $100$  m και θέλει να περιφράξει ένα μαντρί σχήματος ορθογωνίου για να φυλάει τα πρόβατα του.
- Να εκφράσετε το εμβαδόν του μαντριού ως συνάρτηση του μήκους του  $x$ .
  - Να σχεδιάσετε τη γρ. παράσταση της συνάρτησης και να βρείτε για ποια τιμή του  $x$  το εμβαδό του μαντριού 1) Γίνεται μέγιστο. 2) Γίνεται ελάχιστο.
- 8.** Ένα ορθογώνιο παραλληλογράμμο έχει περίμετρο  $6$  m.
- Να εκφράσετε το εμβαδό του ως συνάρτηση του ύψους του  $x$ .
  - Να βρείτε πόσο πρέπει να είναι το ύψος ώστε το εμβαδό να γίνει μέγιστο.
- 9.** Δύο θετικοί αριθμοί έχουν άθροισμα  $10$ . Να βρείτε τους αριθμούς αν
- Το γινόμενο τους γίνεται μέγιστο .
  - Το άθροισμα των τετραγώνων τους γίνεται ελάχιστο.
- 10.** Δίνονται οι παραβολές  $\psi = -x^2 + ax + 1$ ,  $\psi = x^2 - 3x + 2$ . Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του  $a$  ώστε οι κορυφές των δύο παραβολών να ταυτίζονται.
- 11.** Να υπολογίσετε τα  $a$ ,  $\beta$  ώστε η παραβολή  $\psi = -x^2 + ax + \beta$ , για  $x = 4$  να παρουσιάζει μέγιστο το  $6$
- 12.** Δίνεται η παραβολή  $\psi = 2x^2 -(\lambda -1)x + 1$ . Αν η κορυφή της παραβολής βρίσκεται στον  $\psi'$  να βρείτε το  $\lambda$ .