

ΠΡΟΧΕΙΡΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΟ 1° ΚΕΦΑΛΑΙΟ

α. Να γίνουν οι πράξεις:

$$1. (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x^2+3)-(2x^2+1)^2+(x-2)^2=$$

$$2. (3a^3-2)^3-(3+2a^2)^3-(3a+2)(3a-4)=$$

β. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις

$$1. \alpha^2x^2+\beta^2x^2-\alpha^2y^2-\beta^2x^2 =$$

$$2. x^4+2x^2y^2+y^4-a^4 =$$

γ. Εάν ο ένας παράγοντας του πολυωνύμου  $x^4+10x^3+37x^2+60x+36$  είναι ο  $(x+2)^2$  να βρείτε τον άλλο παράγοντα και να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο αυτό.

δ. Να γίνουν οι πράξεις:

$$1. \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2} + \frac{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}}{\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}}$$

$$2. \frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$$

ΠΡΟΧΕΙΡΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΟ 1° ΚΕΦΑΛΑΙΟ

α. Να γίνουν οι πράξεις:

$$1. (\alpha-\sqrt{5})(\alpha+\sqrt{5})(\alpha^2+5)-(\alpha^2-2)^2+(2\alpha+1)^2=$$

$$2. (x^2+2)^3-(3+2x^3)^2-(5x-2)(5x+3)=$$

β. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις

$$1. \alpha^4-2\alpha^2\beta^2+\beta^4-\alpha^2-2\alpha\beta-\beta^2 =$$

$$2. x^2 + 2xy + y^2 - 9 =$$

γ. Εάν ο ένας παράγοντας του πολυωνύμου  $x^4+4x^3-2x^2-12x+9$  είναι ο  $(x+3)^2$  να βρείτε τον άλλο παράγοντα και να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο αυτό.

δ. Να γίνουν οι πράξεις:

$$1. \frac{\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha}}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}} : \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}\right) =$$

$$2. \frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$$

**Θέμα 1**

- α) Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού  $a$ ;
- β) Τι λέμε μονώνυμο και τι πολώνυμο;
- γ) Αν η ακμή ενός κύβου είναι  $x + 2$  να δείξετε ότι το πολώνυμο  $P(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$  εκφράζει τον όγκο του.
- δ) Αν είναι  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$  να δείξετε ότι ένας τουλάχιστον από τους  $\alpha, \beta$  είναι μηδέν

**Θέμα 2**

- α) Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμου είναι  $2x^2 + 7x + 3$ . Αν το μήκος του είναι  $2x + 1$  να προσδιορίσετε το πλάτος ως συνάρτηση του  $x$ .
- β) Αν  $\alpha - \beta = 2$  και  $\alpha^2 + \beta^2 = 20$  να υπολογίσετε:  
 i)  $\alpha \cdot \beta$     ii)  $\alpha^3 - \beta^3$
- γ) Να παραγοντοποιήσετε:  
 i)  $x^3(\alpha - \beta) + 27(\beta - \alpha)$   
 ii)  $(3x - 2\psi + 3)^2 + 6x - 4\psi + 7$
- δ) Αν για κάθε  $x$  είναι  $3x^2 + 5x + 3 = A + B(x - 1) + \Gamma(x - 1)^2$  να υπολογίσετε τους  $A, B, \Gamma$ .

**Θέμα 3**

Να κάνετε τις πράξεις

α) 
$$\frac{2\alpha + 3}{2\alpha - 2} - \frac{3\alpha - 2}{3\alpha + 3} - \frac{5}{6\alpha^2 - 6}$$

β) Αν  $\alpha - \beta = (\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)$  να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  

$$A = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta + (\alpha - \beta)^{2007}$$

γ) Αν  $\alpha + 2\beta + \frac{\gamma}{2}$  και  $\alpha\beta\gamma = 10$  να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \alpha^2 \left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right)^2 \cdot (\alpha + 2\beta)^2$$

**Θέμα 4**

α) Αν μεταξύ των πλευρών  $\alpha, \beta, \gamma$  τριγώνου  $AB\Gamma$  ισχύει  $\frac{\beta}{\alpha + \gamma} - \frac{\gamma}{\alpha + \beta} = 0$  να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Να απλοποιήσετε τα κλάσματα

i)  $\frac{3 + 6 + 9 + \dots + 300}{2 + 4 + 6 + \dots + 200}$ ,    ii)  $\frac{3x + 6x + 9x + \dots + 300x}{2x + 4x + \dots + 200x}$

## 2° ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

### Θέμα 1

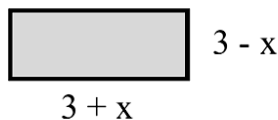
- α) Τι λέμε αναγωγή ομοίων όρων και με ποια ιδιότητα γίνεται;
- β) Να γράψετε πέντε από τις ταυτότητες που ξέρετε και να αποδείξετε τις τρεις.
- γ) Να συμπληρώσετε τις ισότητες  
i)  $(x - \dots)^2 = \dots - \dots + 4$   
ii)  $(\dots - \dots)^2 = \dots + 25 - 10\alpha$
- δ) Αν  $P(x) = x^2 - 3x + 1$  να υπολογίσετε  $P(\sqrt{2} - 1)$

### Θέμα 2

- α) Να αποδειχθεί ότι η τετραγωνική ρίζα του  $14 + 6\sqrt{5}$  είναι ο αριθμός  $3 + \sqrt{5}$
- β) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:  
 $A = x^4 - x^2$ ,  $B = x^3 + 2x^2 - x - 2$  και  $A - B$
- γ) Να αποδείξετε ότι:  
i) Ο αριθμός  $\kappa^2 + 7\kappa$  είναι άρτιος, όπου  $\kappa$  είναι ακέραιος.  
ii) Ο αριθμός  $\kappa^2 - \lambda^2 + 1$  είναι περιττός, όπου  $\kappa, \lambda$  περιττοί ακέραιοι.

### Θέμα 3

Θεωρούμε το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο του σχήματος .



- α) Να γράψετε ένα πολυώνυμο  $P(x)$  το οποίο να εκφράζει το εμβαδόν του  $3 + x$
- β) Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το  $x$ .
- γ) Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$  το εμβαδόν του δεν ξεπερνά το 9.
- δ) Για ποια τιμή του  $x$  το εμβαδόν του ορθογωνίου γίνεται μέγιστο;

### Θέμα 4

Έστω το πολυώνυμο  $P(x)$  το οποίο έχει βαθμό 3. Αν διαιρέσουμε το  $P(x)$  με το  $x^2 - x$  βρίσκουμε υπόλοιπο  $3x + 1$ .

- α) Να υπολογίσετε τα  $P(0)$  και  $P(1)$
- β) Έστω  $2x - 3$  είναι το υπόλοιπο και  $\pi(x)$  το πηλίκο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $3x^2 - x - 1$  να βρείτε το βαθμό του πηλίκου.

**ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΟ ΩΡΙΑΙΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2010  
ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

A) (1) Ποιες αλγεβρικές παραστάσεις λέγονται ακέραιες ;

Κύκλωσε μόνο τις ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις .

α)  $\frac{2x}{\psi^3} + 1$  , β)  $-3\chi^2 + \chi\psi$  , γ)  $\frac{3}{\chi^2} + \chi^3$  , δ)  $\frac{\alpha^3}{2} - \alpha^2$

Ποια μονώνυμα λέγονται *όμοια* ;

Γράψε ένα όμοιο μονώνυμο με το  $-\frac{4}{3}\chi^3\psi$  : .....

(2) Συμπλήρωσε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις .  
Πολυώνυμο λέγεται μια ..... παράσταση που είναι .....  
τουλάχιστον ..... μονώνυμων .

Πολυώνυμο	Βαθμός ως προς $\chi$	Βαθμός ως προς $\psi$	Βαθμός ως προς $\chi$ και $\psi$
$-6\chi^3\psi^3 + 4\chi^2\psi + 2\chi\psi^4$			

Αν το πολυώνυμο  $A(\chi)$  έχει βαθμό 3 και το πολυώνυμο  $B(\chi)$  έχει βαθμό 4 τότε το πολυώνυμο  $A(\chi) + B(\chi)$  έχει βαθμό .....

Αν το πολυώνυμο  $A(\chi)$  έχει βαθμό 4 και το πολυώνυμο  $A(\chi)B(\chi)$  έχει βαθμό 6 τότε το πολυώνυμο  $B(\chi)$  έχει βαθμό .....

B) (1) Αν  $P(\chi) = 3\chi^2 - 5\chi - 1$  να αποδείξετε ότι  $2P(3) - P(-2) = 1$  .

(2) Να κάνετε τις πράξεις :  $(2-3\chi)(5-4\chi) - 2\chi(6\chi-7) =$

**ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΟ ΩΡΙΑΙΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2010  
ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

A) (1) Ποιες αλγεβρικές παραστάσεις λέγονται ακέραιες ;

Κύκλωσε μόνο τις ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις .

α)  $-2\chi^2\psi + \psi^2$  , β)  $\frac{3\chi^2}{\psi} - 2$  , γ)  $\alpha^2 - \frac{\alpha^3}{5}$  , δ)  $\chi^2 - \frac{4}{\chi^3}$

Ποια μονώνυμα λέγονται *αντίθετα* ;

Γράψτε το αντίθετο μονώνυμο του  $-\frac{5}{4}\chi\psi^3$  : .....

(2) Συμπλήρωσε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις .  
Πολυώνυμο λέγεται μια ..... παράσταση που είναι .....  
τουλάχιστον ..... μονώνυμων .

Πολυώνυμο	Βαθμός ως προς $\chi$	Βαθμός ως προς $\psi$	Βαθμός ως προς $\chi$ και $\psi$
$5\chi^4 - 3\chi^3\psi^2 + 2\chi^2\psi^5$			

Αν το πολυώνυμο  $A(\chi)$  έχει βαθμό **5** και το πολυώνυμο  $B(\chi)$  έχει βαθμό **3** τότε το πολυώνυμο  $A(\chi) + B(\chi)$  έχει βαθμό .....

Αν το πολυώνυμο  $A(\chi)B(\chi)$  έχει βαθμό **7** και το πολυώνυμο  $B(\chi)$  έχει βαθμό **4** τότε το πολυώνυμο  $A(\chi)$  έχει βαθμό .....

B) (1) Αν  $P(\chi) = 2\chi^2 - 3\chi - 1$  να αποδείξετε ότι  $2P(3) - P(-2) = 3$  .

(2) Να κάνετε τις πράξεις :  $(5-6\chi)(2-3\chi) - 2\chi(9\chi-8) =$

**ΤΕΣΤ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ**

1. Οι ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις, στις οποίες μεταξύ των μεταβλητών σημειώνεται μόνο η πράξη του .....λέγονται
2. Καλείται βαθμός ενός μονωνύμου ως προς .....μεταβλητή ο εκθέτης της μεταβλητής αυτής
3. Το γινόμενο δύο μονωνύμων έχει συντελεστή .....των ..... των μονωνύμων αυτών.
4. Κάθε μονώνυμο που περιέχεται σε ένα πολυώνυμο λέγεται .....του πολυωνύμου.
5. Για να πολλαπλασιάσουμε μονώνυμο επί πολυώνυμο .....το μονώνυμο με κάθε όρο του πολυωνύμου και .....τα γινόμενα που προκύπτουν.
6. Βαθμός ενός πολυωνύμου ως προς μία ή περισσότερες μεταβλητές του, είναι ο.....από τους βαθμούς των όρων του.
7. Ταυτότητα λέγεται κάθε.....που περιέχει .....που αληθεύουν για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.
8. Να συμπληρώσετε τις ισότητες :  
 $(\alpha + \beta)^2 = \alpha \cdot + 2\alpha\beta + \dots\dots$   
 $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - \dots\dots + \beta$   
 $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots - \beta^2$   
 $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + \dots\dots + 3\alpha\beta^2 + \dots\dots$   
 $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 \dots\dots - \beta^3$   
 $\alpha^3 + \beta^3 = (\dots\dots)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$   
 $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\dots\dots)$
9. Ένα πολυώνυμο  $\delta$  είναι.....ή παράγοντας ενός πολυωνύμου  $\Delta$  αν η διαίρεση  $\Delta : \delta$  είναι.....,δηλαδή αν υπάρχει.....τέτοιο ώστε :  $\Delta = \delta \cdot \pi$
10. Μία αλγεβρική παράσταση που είναι κλάσμα και οι .....της είναι ..... λέγεται .....ρητή αλγεβρική παράσταση ή απλώς ρητή παράσταση.

**ΤΕΣΤ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ**

1. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ο βαθμός του μονωνύμου  $-5x y \zeta$  ως προς όλες τις μεταβλητές του;  
2,3,4,5,6,7,9
2. Ποιο από τα παρακάτω μονώνυμα είναι το γινόμενο των μονωνύμων  $3a^2x^3z$  και  $-2ax^4z^2y$   
 $+6a^3x^6z^3y$  ,  $+1a^3x^7z^3y$  ,  $-6a^3x^7z^3y$  ,  $-6a^3x^7z^3y^0$
3. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ο βαθμός του πολυωνύμου:  $5x^2 - 6x + +3x^3 - 2x - 2x^3 + 1 - x^3 + x$  .  
3,2,1,4
4. Ποιο είναι το αποτέλεσμα των πράξεων :  $(\alpha + 2\beta)^2 - (2\alpha - \beta)^2 =$   
 $-3\alpha^2 + 3\beta^2$  ,  $4\alpha\beta$  ,  $0$  ,  $8\alpha\beta$  ,  $-8\alpha\beta$
5. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς, είναι ο βαθμός του ηλίκου  $\Pi$ , εάν ο βαθμός του διαιρετέου  $\Delta$  είναι 5 και ο βαθμός του διαιρέτη είναι 2;  
7,5,3,2,1
6. Το ανάπτυγμα του  $(\alpha^2 + 2\beta)^2$  είναι το :  
1) $\alpha^4 + 4\beta^2$  , 2) $\alpha^4 + 4\alpha\beta + 4\beta^2$  , 3) $\alpha^2 + 4\alpha\beta + 4\beta^2$

**ΤΕΣΤ ΔΙΑΖΕΥΚΤΙΚΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ ή ΤΥΠΟΥ "ΣΩΣΤΟ-ΛΑΘΟΣ"**

Στις παρακάτω προτάσεις άλλες είναι σωστές και άλλες λάθος. Βάλτε σε κύκλο το Σ για τις σωστές και το Λ για τις λάθος.

1. Το άθροισμα δύο μονωνύμων είναι πάντα όμοιο μα αυτά.	Σ	Λ
2. Το άθροισμα δύο αντιθέτων μονωνύμων είναι μη μηδενικό μονώνυμο	Σ	Λ
3. Το πηλίκο δύο μονωνύμων είναι πάντα μονώνυμο	Σ	Λ
4. Εάν $P(x)$ και $Q(x)$ είναι πολυώνυμα με μεταβλητή $x$ τότε ισχύει πάντοτε : $\text{βαθμός}[P(x) \cdot Q(x)] = \text{βαθμός}[P(x)] + \text{βαθμός}[Q(x)]$	Σ	Λ
5. Εάν $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ τότε τουλάχιστον ένας από τους $a, b$ είναι μηδέν	Σ	Λ
6. Εάν $(a+b)^3 = a^3 + b^3$ τότε τουλάχιστον ένας από τους $a, b$ είναι μηδέν είτε οι $a$ και $b$ είναι αντίθετοι .	Σ	Λ
7. Εάν ο βαθμός του υπολοίπου $v(x)$ της διαίρεσης $\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x) + v(x)$ είναι μηδέν τότε η διαίρεση είναι τέλεια .	Σ	Λ
8. Εάν ο βαθμός του υπολοίπου $v(x)$ της διαίρεσης $\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x) + v(x)$ είναι 2 τότε και ο βαθμός του διαιρέτη $\delta(x)$ είναι 2	Σ	Λ