

**ΘΕΩΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

α) Αποδείξτε την ταυτότητα  $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)=\alpha^2-\beta^2$

β) Να γράψετε στο τετράδιο σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα την ένδειξη **Σωστό** αν είναι σωστή ή την ένδειξη **Λάθος** αν είναι λάθος.

1. Τα μονώνυμα  $-2\chi\psi^2z$  και  $5z\chi\psi^2$  είναι όμοια

2. Ισχύει  $(\alpha-\beta)^3=(\alpha-\beta)\cdot(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)$

3. Η παράσταση  $\frac{8}{x(x-3)}$  ορίζεται για  $x \neq 0$

4. Ισχύει  $\frac{3x^2(x-2)}{3x^2} = x-2$

5. Ισχύει  $\frac{x^2}{x^2-4} - \frac{4}{x^2-4} = \chi^2$

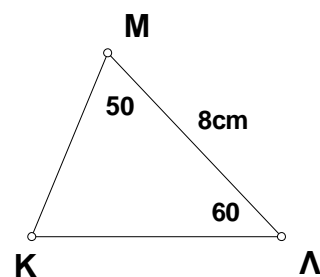
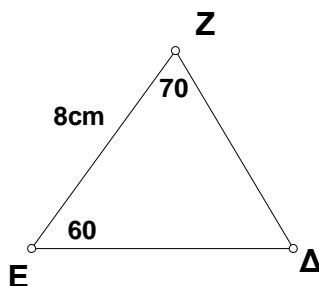
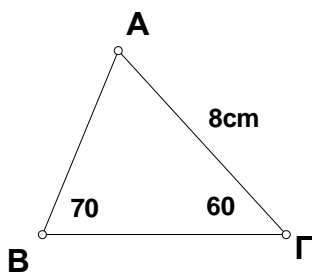
**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

α) Να διατυπώσετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων.

β) Να γράψετε στο τετράδιο σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα την ένδειξη **Σωστό** αν είναι σωστή ή την ένδειξη **Λάθος** αν είναι λάθος

1. Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και δύο γωνίες ίσες μία προς μια, τότε είναι ίσα.
2. Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.
3. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν και τις δύο οξείες γωνίες τους ίσες τότε είναι ίσα.
4. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο η διχοτόμος που φέρουμε από την κορυφή προς την βάση είναι ύψος και διάμεσος.

γ) Να βρείτε το ζεύγος των ίσων τριγώνων



## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Να λύσετε την εξίσωση:  $(x^2+1)(x^2-9)(x^2-x-6)=0$

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Να προσδιοριστούν οι τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  ώστε το σύστημα:

$$\begin{cases} \alpha x - \beta \psi = 2 \\ (\alpha + \beta)x - (\alpha - \beta)\psi = 8 \end{cases}$$

να έχει λύση  $(x, \psi) = (2, 1)$

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Να αποδείξετε ότι:  $(3\eta\mu\chi + 2\sigma\upsilon\nu\chi)^2 + (2\eta\mu\chi - 3\sigma\upsilon\nu\chi)^2 = 13$

### ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στην κόλλα σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας και τα φωτοαντίγραφα..
3. **Να απαντήσετε στην κόλλα σας επιλέγοντας σε ένα (1) από τα δύο θέματα θεωρίας και σε δύο (2) από τις τρεις ασκήσεις .**
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. **Και τα τρία θέματα βαθμολογούνται ισοδύναμα.**

Να απαντήσετε σε 1 από τα 2 θέματα θεωρίας και σε 2 από τις 3 ασκήσεις

ΤΑΞΗ Γ' ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΘΕΩΡΙΑ

**Θέμα 1.**

- α) Τι ονομάζουμε μονώνυμο, ποια τα μέρη του και πώς ονομάζονται;
- β) Πότε δύο μονώνυμα λέγονται όμοια και πότε αντίθετα; Δώστε από ένα παράδειγμα.
- γ) Υπολογίστε τα λ, μ, ν ώστε τα μονώνυμα  $(2λ + 1)χ^{μ-1}ψ^ν$  και  $-5χ^2ψ^{ν+2}$  να είναι ίσα.

**Θέμα 2.**

- α) Να αποδειχθεί ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει  $ημ^2ω + συν^2ω = 1$
- β) Εξετάστε αν υπάρχει γωνία ω για την οποία να ισχύει  $ημω = \frac{1}{2}$  και  $συνω = \frac{1}{3}$
- γ) Να συμπληρωθούν οι :

$ημ(180-ω) = \dots\dots\dots$   $συν(180-ω) = \dots$   $εφ(180-ω) = \dots\dots\dots$   $εφω = \dots\dots$   
 $\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

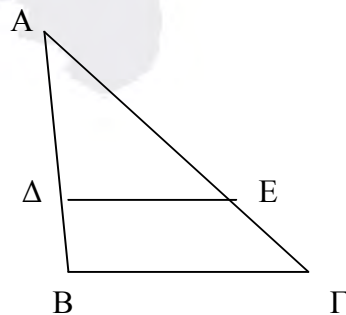
1. Δίνονται οι παραστάσεις  $A = \frac{χ^2 - 4χ + 4}{2χ^2 - 2χ - 4}$  και  $B = \frac{6χ^3}{χ^5 - χ^3}$

- α) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A, B.
- β) Αν  $A = \frac{χ - 2}{2(χ + 1)}$  και  $B = \frac{6}{χ^2 - 1}$  να λύσετε την εξίσωση:  $A = \frac{3}{1 - χ} + B$

2. Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{χ}{2} - \frac{ψ}{3} = -2 \\ \frac{2χ - 1}{5} + \frac{ψ + 5}{4} = 1 \end{cases}$$

3. Στο τρίγωνο ABΓ είναι ΔΕ // ΒΓ. Αν ΑΔ=3, ΑΒ=χ, ΑΕ=χ+1, ΕΓ=4 να υπολογιστεί το χ



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Τάξη Γ΄Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις Ιουνίου στα  
ΜαθηματικάΑ. ΘεωρίαΘέμα 1<sup>ο</sup>

Να γίνει αντιστοίχιση των παραστάσεων του πίνακα 1 με τις ίσες παραστάσεις του πίνακα 2

Πίνακας1

Πίνακας2

1. $(a+b)^2$	A. $a^2-b^2$
2. $(a-b)^2$	B. $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
3. $(a+b)^3$	C. $a^2+2ab+b^2$
4. $(a-b)^3$	D. $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
5. $(a+b)(a^2-ab+b^2)$	E. $a^2-2ab+b^2$
6. $(a-b)(a^2+ab+b^2)$	F. $a^3-b^3$
7. $(a+b)(a-b)$	G. $a^3+b^3$

Θέμα 2<sup>ο</sup>

Να διατυπώσετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων

Β. ΑσκήσειςΑσκηση 1<sup>η</sup>

A) Να γίνουν γινόμενο οι παραστάσεις

$$x^2-2x, \quad x^2+2x, \quad x^2-4$$

Β) Να λύσετε την εξίσωση  $\frac{6}{x^2 - 2x} + \frac{1}{x^2 + 2x} = \frac{6x}{x^2 - 4}$

### Άσκηση 2<sup>η</sup>

α) Να λυθεί το σύστημα  $\begin{cases} (x+1)^2 - \psi = x^2 + 1 \\ 4x - (\psi - 2)^2 = -\psi^2 + 20 \end{cases}$  και ναδειχθεί

ότι η λύση του είναι  $(\chi, \psi) = (2, 4)$

β) Αν η παραπάνω λύση του α) ερωτήματος είναι και λύση του

συστήματος  $\begin{cases} ax + \beta\psi = 22 \\ ax - \beta\psi = -18 \end{cases}$  να βρεθούν οι  $\alpha, \beta$

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

### Άσκηση 3<sup>η</sup>

α) Αν  $\eta_{\mu\chi} = \frac{3}{5}$  και η γωνία  $\hat{x}$  είναι οξεία να βρεθούν το  $\sin\chi$  και η  $\epsilon\phi\chi$

β) Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης

$A = 5\eta_{\mu}(180-\chi) + 5\sigma\upsilon\nu(180-\chi) + 4\epsilon\phi(180-\chi) + 4$  όπου  $\chi$  είναι η γωνία του α) ερωτήματος

Καλή επιτυχία



**Τάξη: Γ΄ Γυμνασίου**

**Σχ. Έτος: 2008-2009**

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
 ΝΟΜ/ΚΗ ΑΥΤ/ΣΗ ΡΕΘΥΜΝΟΥ

Γραπτές ανακεφαλαιωτικές απολυτήριες εξετάσεις περιόδου Μαΐου-Ιουνίου 2009 στο μάθημα:

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΤΜΗΜΑ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
 3<sup>ο</sup> ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΡΕΘΥΜΝΟΥ

Ρέθυμνο 01-06-2009

**Θεωρία**

**Θεωρία 1**

- A.** Τι ονομάζεται πολυώνυμο; (ορισμός) Μονάδες 2
- B.** Τι ονομάζεται βαθμός ενός μη σταθερού πολυωνύμου; Μονάδες 1,6
- C.** Να μεταφέρετε συμπληρωμένο στο γραπτό σας τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε παράσταση της στήλης Α, το αποτέλεσμα της, από τη στήλη Β.

Πολυώνυμο	Βαθμός πολυωνύμου ως προς x
α. $-5x^2 + 7x + 2009$	
β. $7x + 2009$	
γ. $2009$	
δ. $0$	

α	β	γ	δ

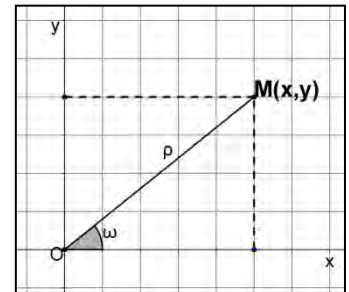
Μονάδες 1,6

- D.** Αν τα πολυώνυμα  $P(x), S(x)$  είναι βαθμού 2, τι βαθμό μπορεί να έχουν τα πολυώνυμα  $P(x) + S(x), P(x) - S(x), P(x) \cdot S(x)$ : Μονάδες 1,5

**Θεωρία 2**

- A.** Να αποδειχθεί ότι για κάθε γωνία  $\omega$  ισχύει:  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  Μονάδες 4,7
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες. Έστω γωνία  $\omega$  με  $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$  Μονάδες 2

α. Αν $\eta\mu^2\omega = \frac{9}{25}$ τότε $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{4}{5}$
β. . Αν $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{9}{25}$ τότε $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$
γ. Για κάθε γωνία $\omega, \epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$
δ. Υπάρχει γωνία $\omega$ , τέτοια ώστε $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{1}{2}$



α	β	γ	δ

## Ασκήσεις

### Άσκηση 1

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $AB = A\Gamma$  και βάση  $B\Gamma = \alpha$ . Στις προεκτάσεις του  $B\Gamma$  θεωρούμε ίσα τμήματα  $BM, \Gamma N$  ώστε  $BM = \Gamma N = \delta$ . Ακόμη  $\Gamma\Delta = \upsilon_1, \Gamma H = \upsilon_2$  είναι οι αποστάσεις του σημείου  $\Gamma$  από τις πλευρές  $AM$  και  $AN$ .

**A.** Να δείξετε ότι

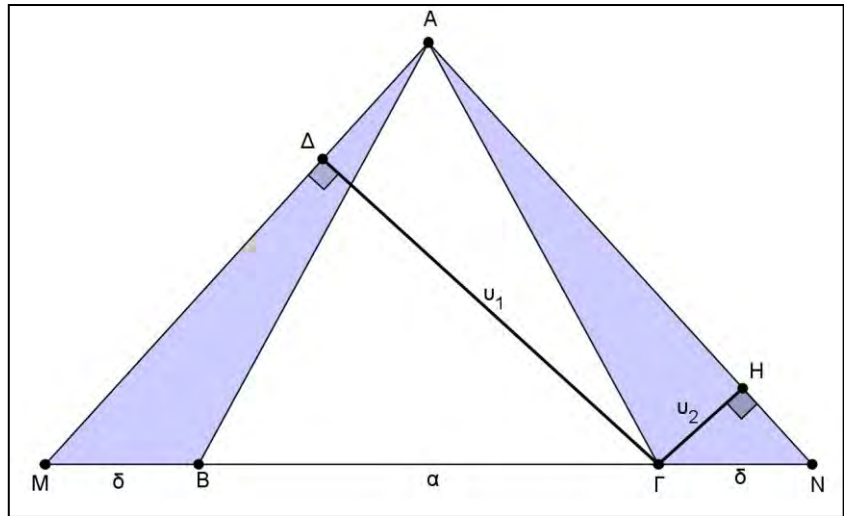
$\hat{A}\hat{B}M = \hat{A}\hat{\Gamma}N$  και ότι τα τρίγωνα  $AMB, A\Gamma N$  είναι ίσα  
Μονάδες 3,7

**B.** Να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $M\Delta\Gamma$  και  $\Gamma H N$  είναι όμοια.

Μονάδες 2

**C.** Αν  $\frac{(M\Delta\Gamma)}{(\Gamma H N)} = 16$  να βρεθούν οι λόγοι  $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}, \frac{\alpha}{\delta}$  και  $\frac{(AMN)}{(A\Gamma N)}$

Μονάδες 1



### Άσκηση 2

Έστω τα πολυώνυμα  $A(x) = (x-1)^3 - (x+3)^2 + x \cdot (4x-1) + 10$  και  $B(x) = x^2 + 10x - 24$ .

**A.** Να δείξετε ότι  $A(x) = x^3 - 4x$ .

Μονάδες 2,5

**B.** Με δεδομένο το ερώτημα (A.), να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα  $A(x)$  και  $B(x)$

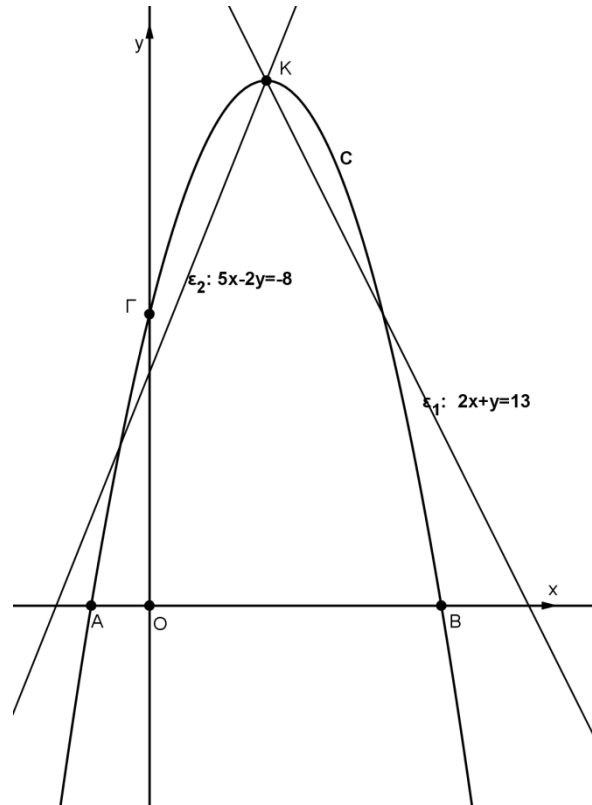
Μονάδες 3

**C.** Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του (B.) ερωτήματος για τις παραστάσεις  $A(x), B(x)$  να λύσετε την εξίσωση,  $A(x) - B(x) = 0$

Μονάδες 1,2

### Άσκηση 3

Στο διπλανό σχήμα, η παραβολή (C) είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = \alpha x^2 + 4x + \gamma$ . Οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  με εξισώσεις  $\varepsilon_1 : 2x + y = 13$  και  $\varepsilon_2 : 5x - 2y = -8$  τέμνονται στην κορυφή K της παραβολής.



**A.** Να δείξετε ότι οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  τέμνονται στο  $K(2,9)$  Μονάδες 2,4

**B.** Να δείξετε ότι  $\alpha = -1$  και  $\gamma = 5$  και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση  $-x^2 + 4x + 5 = 0$ . Μονάδες 2,5

**C.** Λαμβάνοντας υπόψη το γράφημα και τα ερωτήματα A και B να μεταφέρετε στο γραπτό σας συμπληρωμένες τις παρακάτω προτάσεις.  
 Η παραβολή έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία με εξίσωση \_\_\_\_\_. Έχει \_\_\_\_\_ τιμή  $y = 9$  για  $x =$  \_\_\_\_\_. Τέμνει τον άξονα  $x'x$  στα σημεία  $A(____, ____)$  και  $B(____, ____)$  και τον άξονα  $y'y$  στο  $\Gamma(____, ____)$ . Αν για  $x = -2005$  η συνάρτηση έχει τιμή  $y = -4.028.040$  τότε για  $x =$  \_\_\_\_\_ έχει την ίδια τιμή.

Εξίσωση	Αριθμός λύσεων
$-x^2 + 4x + 5 = 2009$	_____
$-x^2 + 4x + 5 = 9$	_____
$-x^2 + 4x + 5 = -2009$	_____

Μονάδες 1,8

- Γράφουμε **1** (μία) **Θ**εωρία και **2**(δύο) **Α**σκήσεις.
- Μπορείτε να διαπραγματευτείτε τα θέματα με όποια σειρά επιθυμείτε.

**Ο Διευθυντής**

Κανιολάκης Ιωάννης

**Οι Εισηγητές**

Κανακάκη Ρούλα

Χαλκεύς Αντώνης

Βρέντζος Αντώνης



## ΘΕΜΑΤΑ

### ΓΡΑΠΤΩΝ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ

- ΘΕΩΡΙΑ :**
1. Να διατυπώσετε την πρόταση του θεωρήματος του Θαλή κάνοντας και το αντίστοιχο σχήμα .
  2. Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$ .

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:**
1. Αν  $\eta\omega = \frac{4}{5}$  και  $90^\circ < \omega < 180^\circ$ , να βρείτε το  $\sin\omega$  και την  $\epsilon\phi\omega$ .

2. Να λυθεί το σύστημα :

$$2x + 3\psi = -5$$

$$5x + \psi = 7$$

- 3 . Να λυθεί η εξίσωση:

$$2x^2 - 14x + 20 = 0$$

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ.** Από τα δύο θέματα θεωρίας να απαντήσετε μόνο το ένα και από τις τρεις ασκήσεις μόνο τις δύο.

## ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Κατερίνη 09-06-2009

-- Ο --

-- Οι --

Διευθυντής

Εισηγητές

Μποτζώρης Γεώργιος

1. Γασιός Ιωάννης
2. Λαμπριανίδης Νίκος

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
 ΝΟΜΑΡΧΙΑ ΠΙΕΡΙΑΣ  
 5<sup>ο</sup> ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΚΑΤΕΡΙΝΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2008-09

ΤΑΞΗ Γ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

## ΘΕΜΑΤΑ

### ΓΡΑΠΤΩΝ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ- ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ

- ΘΕΩΡΙΑ :**
1. Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ .
  2. Να διατυπώσετε την πρόταση του θεωρήματος του Θαλή.

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ:** 1. Αν  $\eta\omega = \frac{3}{5}$  και  $0^\circ < \omega < 90^\circ$ , να βρείτε το συνω και την εφω.

2. Να λυθεί το σύστημα :

$$2x + 2\psi = 40$$

$$x - \psi = 6$$

3. Να λυθεί η εξίσωση:

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ.** Από τα δύο θέματα θεωρίας να απαντήσετε μόνο το ένα και από τις τρεις ασκήσεις μόνο τις δύο.

## ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Κατερίνη 02-09-2009

-- Ο --

Διευθυντής

Μποτζώρης Γεώργιος

-- Οι --

Εισηγητές

1. Γράμπας Αντώνιος
2. Λαμπριανίδης Νίκος