

3.1 Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης

1. Γραμμική εξίσωση και λύση της

Γραμμική εξίσωση με αγνώστους x , y ονομάζεται κάθε εξίσωση της μορφής $ax + by = \gamma$ και παριστάνει ευθεία όταν $a \neq 0$ ή $b \neq 0$.

Λύση μιας εξίσωσης $ax + by = \gamma$ ονομάζεται κάθε ζεύγος αριθμών (x, y) που την επαληθεύει. Η γραμμική εξίσωση $ax + by = \gamma$ έχει άπειρες λύσεις που ανήκουν σε μία ευθεία.

* Αν ένα σημείο ανήκει σε μια ευθεία, τότε οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωση της ευθείας.

* Αν οι συντεταγμένες ενός σημείου επαληθεύουν την εξίσωση μιας ευθείας, τότε το σημείο ανήκει στην ευθεία αυτή.

Η εξίσωση $x = k$ με $k \neq 0$ παριστάνει μια ευθεία που είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$ και τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(k, 0)$, ενώ η εξίσωση $y = k$ παριστάνει μια ευθεία που είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, k)$.

3.2 Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του

1. Τι ονομάζουμε σύστημα δυο γραμμικών εξισώσεων με δυο αγνώστους;

Σύστημα δυο γραμμικών εξισώσεων με δυο αγνώστους ονομάζεται κάθε σύστημα της μορφής

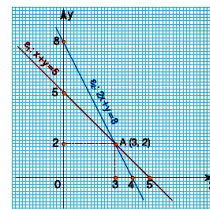
$$a x + \beta y = \gamma <$$

$$a'x + \beta'y = \gamma'$$

2. Τι ονομάζουμε λύση ενός συστήματος και πως ερμηνεύεται γεωμετρικά;

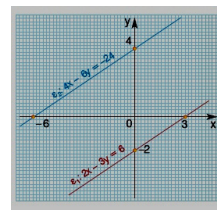
Λύση ενός συστήματος ονομάζεται κάθε ζεύγος (x,y) πραγματικών αριθμών που επαληθεύει και τις δυο εξισώσεις του συστήματος.

Η μοναδική λύση ενός γραμμικού συστήματος είναι το σημείο τομής των δυο ευθειών που παριστάνουν οι δυο εξισώσεις του συστήματος.



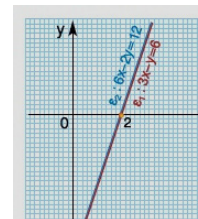
3. Πότε ένα σύστημα λέγεται αδύνατο ;

Ένα σύστημα λέγεται αδύνατο όταν δεν υπάρχουν τιμές των x, y που να το επαληθεύουν. Γεωμετρικά σημαίνει ότι οι δυο ευθείες που παριστάνουν οι δυο εξισώσεις του συστήματος είναι μεταξύ τους παράλληλες.



4. Πότε ένα σύστημα λέγεται αόριστο ;

Ένα σύστημα λέγεται αόριστο όταν υπάρχουν άπειρα ζεύγη (x,y) που το επαληθεύουν. Γεωμετρικά σημαίνει ότι οι δυο ευθείες που παριστάνουν οι δυο εξισώσεις του συστήματος συμπίπτουν.



3.3 Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος

1. Μέθοδος της αντικατάστασης

- * Λύνουμε μία από τις εξισώσεις του συστήματος ως προς έναν άγνωστο.
- * Αντικαθιστούμε στην άλλη εξίσωση του συστήματος τον άγνωστο αυτόν με την ίση παράστασή του, οπότε προκύπτει εξίσωση με έναν άγνωστο, την οποία και λύνουμε.
- * Την τιμή του αγνώστου που βρήκαμε την αντικαθιστούμε στην προηγούμενη εξίσωση, οπότε βρίσκουμε και τον άλλο άγνωστο.

2. Μέθοδος των αντιθέτων συντελεστών

- * Πολλαπλασιάζουμε τα μέλη κάθε εξίσωσης με κατάλληλο αριθμό, ώστε να εμφανιστούν αντίθετοι συντελεστές σ' έναν από τους δύο αγνώστους προκειμένου να τον απαλείψουμε
- * Προσθέτουμε κατά μέλη τις δυο εξισώσεις, οπότε προκύπτει εξίσωση με έναν άγνωστο την οποία και λύνουμε.
- * Αντικαθιστούμε την τιμή του αγνώστου που βρήκαμε σε μία από τις δύο εξισώσεις του συστήματος, οπότε βρίσκουμε την τιμή και του άλλου αγνώστου.
- * Προσδιορίζουμε τη λύση του συστήματος.