

2.1 Εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

1. Ποιες εξισώσεις ονομάζονται πρωτοβάθμιες;

Οι εξισώσεις που έχουν έναν άγνωστο και η μεγαλύτερη δύναμη του αγνώστου είναι η πρώτη, τότε λέμε ότι έχουμε μια εξίσωση πρώτου βαθμού (ή πρωτοβάθμια εξίσωση) με έναν άγνωστο.
π.χ. $4x = 12$, $2x + 6 = 20$

2. Ποιες εξισώσεις ονομάζονται γραμμικές;

Γραμμικές εξισώσεις ονομάζονται οι εξισώσεις που έχουν τη μορφή $ax + by = \gamma$ με $a \neq 0$ ή $b \neq 0$. Γενικότερα οι λύσεις της γραμμικής εξίσωσης βρίσκονται στη ίδια ευθεία.

Ρίζα ή λύση της εξίσωσης λέμε τον αριθμό που επαληθεύει την εξίσωση (δηλαδή τον αριθμό που αν αντικαταστήσει τον x , προκύπτει ισότητα που αληθεύει.)

Επίλυση μιας εξίσωσης λέμε τη διαδικασία με την οποία βρίσκουμε τη λύση της.

2.2 Εξισώσεις 2ου βαθμού

1. Ποιες εξισώσεις ονομάζονται δευτεροβάθμιες;

Η ισότητα που περιέχει έναν άγνωστο και μάλιστα η μεγαλύτερη δύναμη του αγνώστου που εμφανίζεται είναι η 2^η δύναμη, λέγεται εξίσωση **δευτέρου βαθμού ή δευτεροβάθμια εξίσωση**.

π.χ. $2x^2 = 16$, $-x^2 + 3x + 6 = 0$

2. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου

Ποια η γενική μορφή δευτεροβάθμιας εξίσωσης και πώς καταλήγουμε στον τύπο

$$x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

Η γενική μορφή δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι: $ax^2 + bx + \gamma = 0$

Έχουμε: $ax^2 + bx + \gamma = 0$

Πολλαπλασιάζουμε τους όρους της εξίσωσης με $4a$:

$$4a \cdot ax^2 + 4a \cdot bx + 4a \cdot \gamma = 0 \Rightarrow$$

Μεταφέρουμε το σταθερό όρο στο β' μέλος.

$$4a^2x^2 + 4a\beta x = -4a\gamma \Rightarrow$$

Στο α' μέλος έχουμε δύο όρους του αναπτύγματος

$$(2ax)^2 + 2 \cdot 2ax \cdot \beta = -4a\gamma \Rightarrow$$

$(2ax + \beta)^2$. Για να συμπληρώσουμε το τετράγωνο

$$(2ax)^2 + 2 \cdot 2ax \cdot \beta + \beta^2 = \beta^2 - 4a\gamma \Rightarrow$$

του $2ax + \beta$ προσθέτουμε και στα δύο μέλη το β^2

$$(2ax + \beta)^2 = \beta^2 - 4a\gamma$$

Η ποσότητα $\beta^2 - 4a\gamma$ ονομάζεται **διακρίνουσα** και συμβολίζεται με Δ . Άρα $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$

Αν $\Delta > 0$ τότε: $2ax + \beta = \pm \sqrt{\beta^2 - 4a\gamma} \Rightarrow 2ax = -\beta \pm \sqrt{\Delta} \Rightarrow x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Συνεπώς έχουμε δύο πραγματικές λύσεις.

Αν $\Delta = 0$ τότε: $x = -\frac{\beta}{2a}$ συνεπώς έχουμε μία διπλή ρίζα

Αν $\Delta < 0$ τότε η εξίσωση είναι αδύνατη.

2.4 Κλασματικές εξισώσεις

1. Ποιες εξισώσεις ονομάζονται κλασματικές;

Κλασματικές ονομάζονται οι εξισώσεις που περιέχουν άγνωστο στον παρονομαστή.

2.5 Ανισότητες - Ανισώσεις με έναν άγνωστο

1. Σύγκριση πραγματικών αριθμών

Για να συγκρίνουμε δύο πραγματικούς αριθμούς a και β , που δεν έχουν παρασταθεί με σημεία ενός άξονα, βρίσκουμε τη διαφορά τους $a - \beta$ και εξετάζουμε αν είναι θετική ή αρνητική ή μηδέν.

* Αν $a - \beta > 0$ τότε $a > \beta$

* Αν $a - \beta < 0$ τότε $a < \beta$

* Αν $a - \beta = 0$ τότε $a = \beta$

2. Ιδιότητες της διάταξης

* Αν $a > \beta$ τότε $a + \gamma > \beta + \gamma$ και $a - \gamma > \beta - \gamma$

* Αν $a > \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $a\gamma > \beta\gamma$ και $\frac{a}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$

* Αν $a > \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $a\gamma < \beta\gamma$ και $\frac{a}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$

* Αν $a > \beta$ και $\beta > \gamma$ τότε $a > \gamma$

* Αν a, β, γ, δ θετικοί πραγματικοί αριθμοί με $a > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε $a\gamma > \beta\delta$

* Ισχύει $a^2 \geq 0$