

5.1 Σύνολα

1. Σύνολα και στοιχεία συνόλων

Σύνολα λέγονται οι ομάδες αντικειμένων τα οποία διακρίνονται μεταξύ τους με απόλυτη σαφήνεια.

Κάθε αντικείμενο που περιέχεται σ' ένα σύνολο ονομάζεται **στοιχείο** του συνόλου.

2. Παράσταση συνόλου

Κάθε σύνολο συμβολίζεται μ' ένα κεφαλαίο γράμμα της αλφαβήτου (A, B, Γ, ...) και παριστάνεται με τους εξής τρόπους:

* Με αναγραφή των στοιχείων του

π.χ. $A = \{\epsilon, \lambda, \upsilon, \theta, \rho, \iota, \alpha\}$

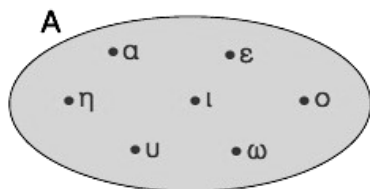
Εάν κάποιο στοιχείο ανήκει σε ένα σύνολο γράφουμε (στο παραπάνω παράδειγμα) $a \in A$ ενώ αν δεν ανήκει γράφουμε π.χ. $\beta \notin A$

* Με περιγραφή των στοιχείων του

Το σύνολο $A = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$, που έχει ως στοιχεία τους άρτιους φυσικούς αριθμούς, μπορούμε να το παραστήσουμε και ως εξής:

$A = \{\text{άρτιοι φυσικοί αριθμοί}\}$ ή $A = \{x \in \mathbb{N}, \text{όπου } x \text{ άρτιος αριθμός}\}$

* Με διάγραμμα Venn



3. Ίσα σύνολα – Υποσύνολα συνόλου.

Δύο σύνολα είναι **ίσα**, όταν έχουν τα ίδια ακριβώς στοιχεία.

Αν πάρουμε τα σύνολα $A = \{\alpha, \epsilon, \iota, \upsilon\}$ και $B = \{\epsilon, \lambda, \upsilon, \theta, \rho, \iota, \alpha\}$. Επειδή κάθε στοιχείο του A είναι και στοιχείο του B το σύνολο A λέγεται υποσύνολο του συνόλου B και συμβολίζεται $A \subset B$

Κενό σύνολο λέγεται αυτό που δεν έχει κανένα στοιχείο και συμβολίζεται $\emptyset = \{ \}$

4. Ένωση συνόλων – Τομή συνόλων – Συμπλήρωμα συνόλου.

Αν πάρουμε τα σύνολα $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, τότε μπορούμε να σχηματίσουμε ένα νέο σύνολο που έχει ως στοιχεία τα κοινά και μη κοινά στοιχεία των δύο συνόλων. Το νέο αυτό σύνολο ονομάζεται **ένωση** των συνόλων A και B και συμβολίζεται $A \cup B$. Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Με τα ανωτέρω σύνολα πάλι μπορούμε να σχηματίσουμε ένα νέο σύνολο που έχει ως στοιχεία μόνο τα κοινά στοιχεία των δύο συνόλων. Το νέο αυτό σύνολο ονομάζεται **τομή** των συνόλων A και B και συμβολίζεται $A \cap B$. Εδώ έχουμε $A \cap B = \{2, 3\}$.

Αν πάρουμε το σύνολο $A = \{1, 2, 3, 4\}$ και ως βασικό σύνολο Ω θεωρήσουμε το σύνολο $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, τότε μπορούμε να σχηματίσουμε ένα νέο σύνολο που έχει ως στοιχεία όλα τα στοιχεία του Ω που δεν ανήκουν στο A. Το νέο αυτό σύνολο ονομάζεται **συμπλήρωμα** του A ως προς το Ω και συμβολίζεται A' . Άρα $A' = \{0, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Ισχύουν επίσης $A \cup A' = \Omega$ και $A \cap A' = \emptyset$

5.2 Δειγματικός χώρος – Ενδεχόμενα

1. Πείραμα τύχης – Δειγματικός χώρος

Ένα πείραμα το οποίο όσες φορές και αν τα επαναλάβουμε, δεν μπορούμε να προβλέψουμε το αποτέλεσμα του με απόλυτη βεβαιότητα λέγεται **πείραμα τύχης**

Δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης ονομάζεται το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων του και συμβολίζεται με Ω .

2. Ενδεχόμενο πειράματος – Πράξεις με ενδεχόμενα - Ασυμβίβαστα ενδεχόμενα

Ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης ονομάζεται κάθε υποσύνολο του δειγματικού χώρου Ω . Αν ρίξουμε ένα ζάρι, τότε το ενδεχόμενο να φέρουμε ένδειξη μικρότερη του 7 είναι το $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Το ενδεχόμενο αυτό πραγματοποιείται σε οποιαδήποτε εκτέλεση του πειράματος και γι' αυτό ονομάζεται **βέβαιο** ενδεχόμενο.

Το ενδεχόμενο όμως να φέρουμε ένδειξη μεγαλύτερη του 6 είναι \emptyset . Το ενδεχόμενο αυτό δεν πραγματοποιείται σε καμία εκτέλεση του πειράματος και γι' αυτό ονομάζεται **αδύνατο ενδεχόμενο**.

Επειδή τα ενδεχόμενα είναι σύνολα θα έχουμε τις πράξεις των συνόλων δηλαδή την **ένωση** την **τομή** και το **συμπλήρωμα**.

Δύο ενδεχόμενα A και B ονομάζονται **ασυμβίβαστα**, όταν $A \cap B = \emptyset$

5.3 Έννοια της πιθανότητας

1. Ισοπίθανα γεγονότα

Αν κάθε αριθμός επιλέγεται στην τύχη και δεν έχει κανένα πλεονέκτημα έναντι των άλλων, τότε όλοι οι αριθμοί έχουν την ίδια δυνατότητα επιλογής και λέμε ότι τα δυνατά αποτελέσματα του δειγματικού χώρου είναι **ισοπίθανα**.

Σ' ένα πείραμα τύχης, με ισοπίθανα αποτελέσματα, πιθανότητα ενός ενδεχομένου A ονομάζεται ο αριθμός

$$P(A) = \frac{\text{πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων}}{\text{πλήθος δυνατών περιπτώσεων}} = \frac{N(A)}{N(\Omega)}$$

$$\text{Ισχύει } 0 \leq P(A) \leq 1$$

Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A, A' ισχύει $P(A) + P(A') = 1$

Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B ισχύει $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$